

# Documentos de Trabajo

Es posible hablar de competencia en  
situaciones de mercado líder –  
seguidor?

*Juan Pablo Herrera Saavedra*

**No. 17**

**2014**

Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia](#).

**Usted es libre de:**

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

**1.1.1 Bajo las condiciones siguientes:**

- **Atribución** – Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** – No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** – No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



La serie Documentos de Trabajo es una publicación de la Superintendencia de Industria y Comercio. Los documentos son elaborados por los miembros del Grupo de Estudios Económicos o funcionarios de la entidad, y son de carácter provisional. Los análisis, opiniones y posibles errores son de responsabilidad exclusiva de los autores y no representa la posición de la Superintendencia de Industria y Comercio en la materia.

Para cualquier duda, sugerencia, corrección o comentario, escribir a: [estudioeconomicos@sic.gov.co](mailto:estudioeconomicos@sic.gov.co)

# ¿Es posible hablar de competencia en situaciones de mercado Líder – Seguidor?

Juan Pablo Herrera Saavedra<sup>1</sup>

## Resumen

En varios litigios relacionados con libre competencia, es frecuente encontrar argumentos que califican los mercados en los cuales existen comportamientos líder-seguidor como carentes de competencia. Este documento refuta esa afirmación y propone que la competencia en esas situaciones podría resultar incluso aún más intensa que en situaciones de competencia *a la Cournot*.

**Palabras clave:** oligopolio, equilibrio de Nash, estática comparativa, Cournot, Stackelberg, líder-seguidor.

**Clasificación JEL:** C70, D22, D43.

---

<sup>1</sup> Magíster en economía, docente de las Universidades Externado y Nacional de Colombia. Coordinador del Grupo de Estudios Económicos de la Superintendencia de Industria y Comercio. E-mail: estudioeconomicos@sic.gov.co. Dirección de correspondencia: Carrera 13 No. 27 - 00, Piso 10 (Bogotá, Colombia).

## **Is it possible to talk about competition in leader – follower market situations?**

Juan Pablo Herrera Saavedra

### **Abstract**

In many judicial cases related on free competition, it is usual to find arguments that qualifies markets in which there are leader follower behavior as with absence of competition. This document rejects this statement and suggests that competition in those circumstances could be more intense than Cournot competition situations.

**Key Words:** oligopoly, Nash's equilibrium, comparative static, Cournot, Stackelberg, leader follower behavior.

**JEL Classification:** C70, D22, D43.

## 1. Introducción

En situaciones en las cuales se identifican comportamientos líder seguidor, es frecuente pensar que la intensidad de competencia se ve afectada ostensiblemente, si se le compara con aquellas situaciones en las que las firmas compiten *a la Cournot*, es decir vía volúmenes de colocación.

Para controvertir esta afirmación, en el presente documento se sugiere una estructura de mercado basada en Salant, Switzer y Reynolds (1983), Daughety (1990) y en Escrihuela-Villar (2013), quienes asumen una función inversa de demanda lineal y tecnologías con costos marginales constantes para validar sus respectivas hipótesis de trabajo.

El argumento central con el cual se pretende validar el resultado es un ejercicio comparativo entre dos equilibrios, siguiendo a Nash (1951) y aplicado a una versión oligopólica generalizada en dos formas: la solución Nash-Stackelberg frente a la situación Nash Cournot. En el primer caso se asume que cada firma toma su decisión en un momento distinto del tiempo, y existe una firma líder y N-1 seguidoras a ella, una segunda firma que es líder para las N-2 empresas restantes, una tercera firma que es líder para N-3, etc. El resultado se contrasta con una situación en la cual las firmas compiten simultáneamente vía volúmenes de colocación bajo los mismos fundamentales del mercado.

Cada una de las versiones mencionadas sigue el trabajo de Cournot (1838) y von Stackelberg (1934), respectivamente. Los resultados obtenidos son representados gráficamente a partir de simulaciones sencillas para brindarle al lector una idea de la relevancia de los resultados encontrados.

El documento se divide en tres partes. En la primera se desarrolla el modelo de Stackelberg, en la segunda el modelo de Cournot y en la tercera se contrastan los resultados.

## 2. Modelo de von Stackelberg generalizado vía volúmenes de colocación

Para la modelación de las ideas de Stackelberg (1934), se asume una función inversa de demanda lineal caracterizada de la siguiente forma:

$$p(Q) = a - bQ$$

Siendo  $a, b > 0$ ,  $Q = \sum_{i=1}^N q_i$ . Donde  $Q$  corresponde al nivel de producto total a colocarse en el mercado,  $q_i$  el nivel de producto de la firma  $i$ ,  $a$  corresponde al precio de reserva y  $b$  al parámetro de sensibilidad en el que se afecta el precio por unidad de producto ( $P$ ) por unidad adicional de producto total en el mercado.

Se asume a su vez que existen  $N$  firmas, exógenamente definidas y cada una produce en un momento distinto. La firma 1, produce en el período 1, la firma 2 en el período 2, hasta la firma  $N$  que produce en el período  $N$ . Los beneficios de cada una de las firmas se determinan solamente al final de los  $N$  períodos. De esta manera, la firma 1 es la firma líder para las  $N-1$  firmas restantes, la firma 2 es la firma líder para las  $N-2$  firmas restantes y así sucesivamente. Los costos de cada una de las firmas están dados por:

$$C_i(q_i) = cq_i$$

Donde  $0 < c < a$ .

La solución racional de esta estructura de mercado estará definida por el equilibrio de Nash perfecto en sub juegos, el cual podrá ser solucionado por inducción hacia atrás, de acuerdo con Jehle y Reny (2001). De esta manera, en equilibrio

$$q_1^* = \frac{(a-c)}{2b}; \quad q_2^* = \frac{(a-c)}{2^2b}; \quad q_3^* = \frac{(a-c)}{2^3b}; \quad \dots; \quad q_N^* = \frac{(a-c)}{2^Nb};$$

De esta manera, el volumen total de colocación será igual a:

$$Q^* = \left(\frac{(a-c)}{b}\right) \sum_{i=1}^N \frac{1}{2^i} = \left(\frac{(a-c)}{b}\right) \left(\frac{2^N - 1}{2^N}\right)$$

De las anteriores expresiones, es posible determinar la participación que cada una de las firmas tendrá en el mercado, medida por medio del volumen de producto. De esta forma, se tiene que:

$$s_i = \frac{2^{N-i}}{2^N - 1} \quad i = 1 \dots N$$

Obsérvese cómo la participación de la firma líder será de  $\frac{2^{N-1}}{2^N - 1}$ , mientras que la última firma seguidora tendrá una participación igual a  $\frac{1}{2^N - 1}$ .

Así, el precio de equilibrio por unidad de producto será igual a:

$$p^* = \left(\frac{1}{2^N}\right)a + \left(\frac{2^N - 1}{2^N}\right)c$$

De esta manera el precio de equilibrio en el mercado tiene a ser menor a medida que ingresan nuevas empresas seguidoras, que toman decisiones en períodos adicionales, y dicho precio se acerca al costo marginal a medida que  $N$  tiende a ser cada vez más alto en el oligopolio.

Lo anterior representa una primera evidencia para calificar a las estructuras líder - seguidor como comportamientos en los cuales necesariamente no existe competencia. En particular, es de notar que siempre que  $N > 1$  el precio resultante es estrictamente menor al que se observaría en una estructura monopolista, en la cual definitivamente hay ausencia de competencia.

Por su parte, el beneficio de cada una de las firmas estará dado por la siguiente expresión:

$$\pi_i^* = \frac{(a - c)^2}{2^{N+i}b} \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Es importante notar cómo el beneficio de la firma líder ( $i = 1$ ), resulta ser el máximo de todos los niveles de ganancia de las firmas participantes en el mercado y los beneficios de las firmas que toman decisiones en períodos posteriores, resultan ser progresivamente más bajos hasta alcanzar un valor equivalente a  $\frac{(a-c)^2}{2^{2N}b}$ , para la firma que decide en el último período.

Una vez caracterizado el equilibrio es posible calcular el excedente que los consumidores enfrentarían en este mercado, el cual estaría definido por la siguiente expresión:

$$EC^s = \left( \frac{2^N - 1}{2^N} \right)^2 \left( \frac{(a - c)^2}{2b} \right)$$

Por tanto, la diferencia existente entre dicho excedente y el excedente de una situación perfectamente competitiva  $\left( \frac{(a-c)^2}{2b} \right)$ , será igual a:

$$\Delta EC^s = \left( \frac{(a - c)^2}{b} \right) \left( \frac{1 - 2^{N+1}}{2^{2N+1}} \right)$$

Obsérvese que, al igual que el precio, la diferencia entre el excedente del consumidor en esta estructura líder – seguidor y la estructura perfectamente competitiva convergerá a cero a medida que  $N$  tienda a infinito.

### 3. Modelo de Cournot generalizado

Una vez caracterizada la estructura de mercado secuencial, los resultados obtenidos se contrastarán con los obtenidos de una versión generalizada del modelo de Cournot, la cual se presenta a continuación, bajo las mismas hipótesis de trabajo referidas a las preferencias de los consumidores y a la tecnología de las firmas.

De esta manera se tiene que, en el equilibrio Nash Cournot, cada una de las firmas producirá un nivel de producto igual a:

$$q_i^* = \frac{(a-c)}{(N+1)b} \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

De esta manera, el volumen total de colocación será igual a:

$$Q^* = \left( \frac{N}{N+1} \right) \left( \frac{a-c}{b} \right)$$

En este caso, la participación de cada una de las firmas será igual y equivalente a  $\frac{1}{N}$ .

Por su parte, el precio de equilibrio será igual a:

$$p^* = \left( \frac{1}{N+1} \right) a + \left( \frac{N}{N+1} \right) c$$

Nuevamente, al igual que en el modelo de Stackelberg, el precio de equilibrio es una función decreciente de N, esto es, a mayor número de empresas, mayor competencia y menor precio de mercado. Asintóticamente el precio convergerá al costo marginal, esto es, a medida que N tienda a infinito.

Los beneficios de cada una de las firmas serán iguales a:

$$\pi_i^* = \frac{(a-c)^2}{(N+1)^2 b}$$

Como en el modelo de Cournot-Stackelberg, los beneficios tenderán a ser menores en la medida que participen más firmas en el mercado.

El excedente del consumidor será igual a:



$$EC^C = \left(\frac{N}{N+1}\right)^2 \frac{(a-c)^2}{2b}$$

De esta manera, el cambio en el excedente del consumidor frente a una situación perfectamente competitiva corresponderá a:

$$\Delta EC^C = \left(\frac{(a-c)^2}{2b}\right) \left(-\frac{2N+1}{(N+1)^2}\right)$$

Como en la sección anterior del documento, la diferencia entre el excedente del consumidor en esta estructura líder – seguidor y la estructura perfectamente competitiva convergerá a cero a medida que N tienda a infinito.

#### 4. Comparación de resultados

A partir de los resultados obtenidos en cada una de las estructuras de mercado descritas, se procederá a ubicar en cuál de los dos escenarios resulta más intensa la competencia entre firmas, reflejada en el nivel de precios, la diferencia existente entre éstos y la evolución de excedentes del consumidor frente a la situación perfectamente competitiva.

Lo primero que se busca establecer es la diferencia observada de precios, la cual estará dada por:

$$\Delta p^* = \left(\left(\frac{1}{N+1}\right) - \left(\frac{1}{2^N}\right)\right) a + \left(\left(\frac{N}{N+1}\right) - \left(\frac{2^N-1}{2^N}\right)\right) c$$

Reorganizando términos se tiene que tal diferencia será igual a:

$$\Delta p^* = (a-c) \left(\frac{2^N - N - 1}{2^N(N+1)}\right) > 0$$

El anterior resultado muestra que, sin importar el número de empresas que conforman el oligopolio, siempre será mayor el precio que se obtiene cuando las firmas compiten a la Cournot que cuando compiten a la Stackelberg.

Por su parte, la diferencia entre los cambios en el excedente del consumidor bajo competencia a la Cournot frente a competencia a la Stackelberg será igual a:

$$\Delta EC^C - \Delta EC^S = \left(\frac{(a-c)^2}{2b}\right) \left[\left(-\frac{2N+1}{(N+1)^2}\right) - \left(\frac{1-2^{N+1}}{2^{2N+1}}\right)\right]$$

Equivalentemente, expresión anterior puede ser reescrita como:

$$\Delta EC^C - \Delta EC^S = \frac{2^{N+1}[(N+2 - 2^{N+1})N - (2^N - 1)] - (N+1)^2}{(N+1)^2 2^{2N+1}} < 0$$

De otra forma, puede concluirse que:

$$|\Delta EC^C| > |\Delta EC^S|$$

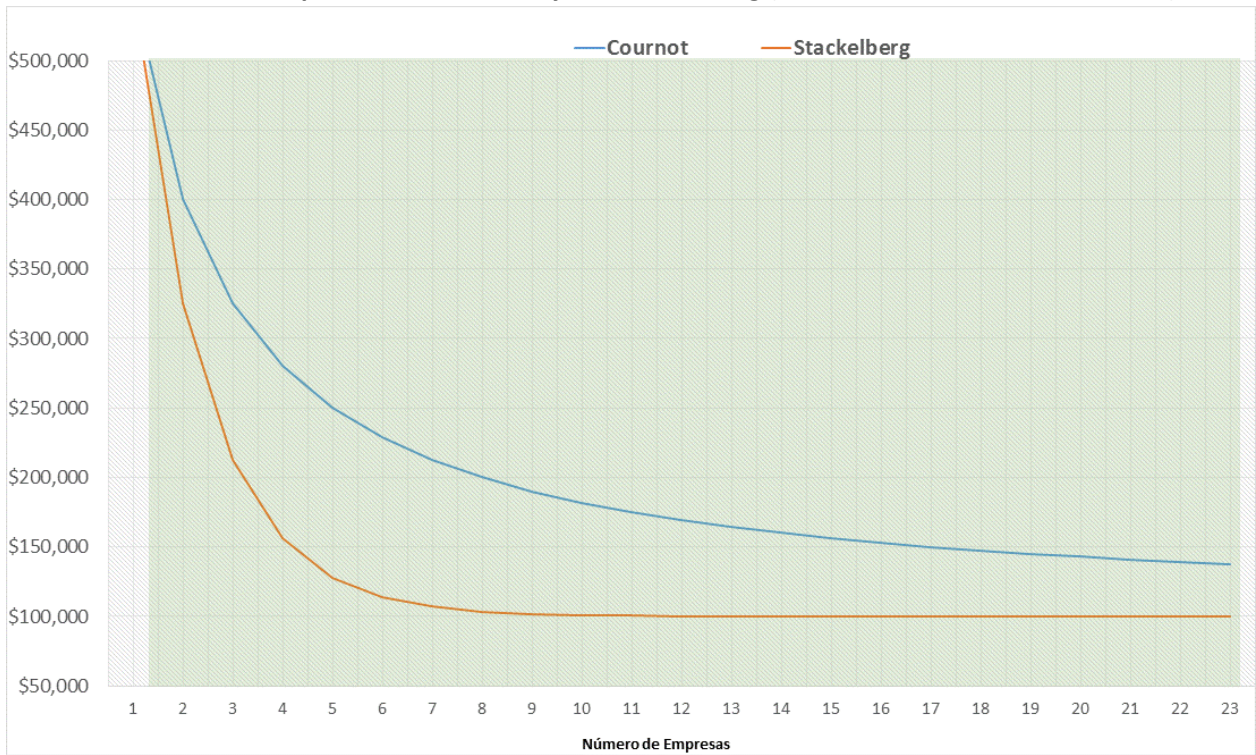
En otros términos, lo que propondría esta desigualdad es que siempre será mayor la pérdida de bienestar cuando las firmas compiten simultáneamente que cuando compiten secuencialmente, si se compara con la situación perfectamente competitiva, dado un número específico de empresas.

Para ilustrar los resultados arriba señalados, a continuación se realiza un ejercicio de simulación en el cual se parte de suponer unos valores específicos sobre la máxima disponibilidad a pagar en un mercado específico (\$1.000.000), un nivel de costos marginales (\$100.000) y un parámetro de sensibilidad (\$20 / unidad). Para cada caso se muestra la evolución de las variables señaladas en equilibrio de 2 a 30 empresas que conformarían el oligopolio.

Tal como se puede apreciar en los gráficos 1,2 y 3, es posible reconocer que, sin importar el número de empresas que conforman el oligopolio, siempre el precio de Cournot será mayor que el precio a la Stackelberg, y la máxima diferencia entre estos precios se encuentra con 6 empresas.

A su vez, es de resaltar la velocidad de convergencia hacia el costo marginal. Mientras que en el modelo líder-seguidor el precio converge al costo marginal a partir de la firma 10, el precio a la Cournot siempre se encuentra sobre el costo marginal, aún en un oligopolio con 30 firmas.

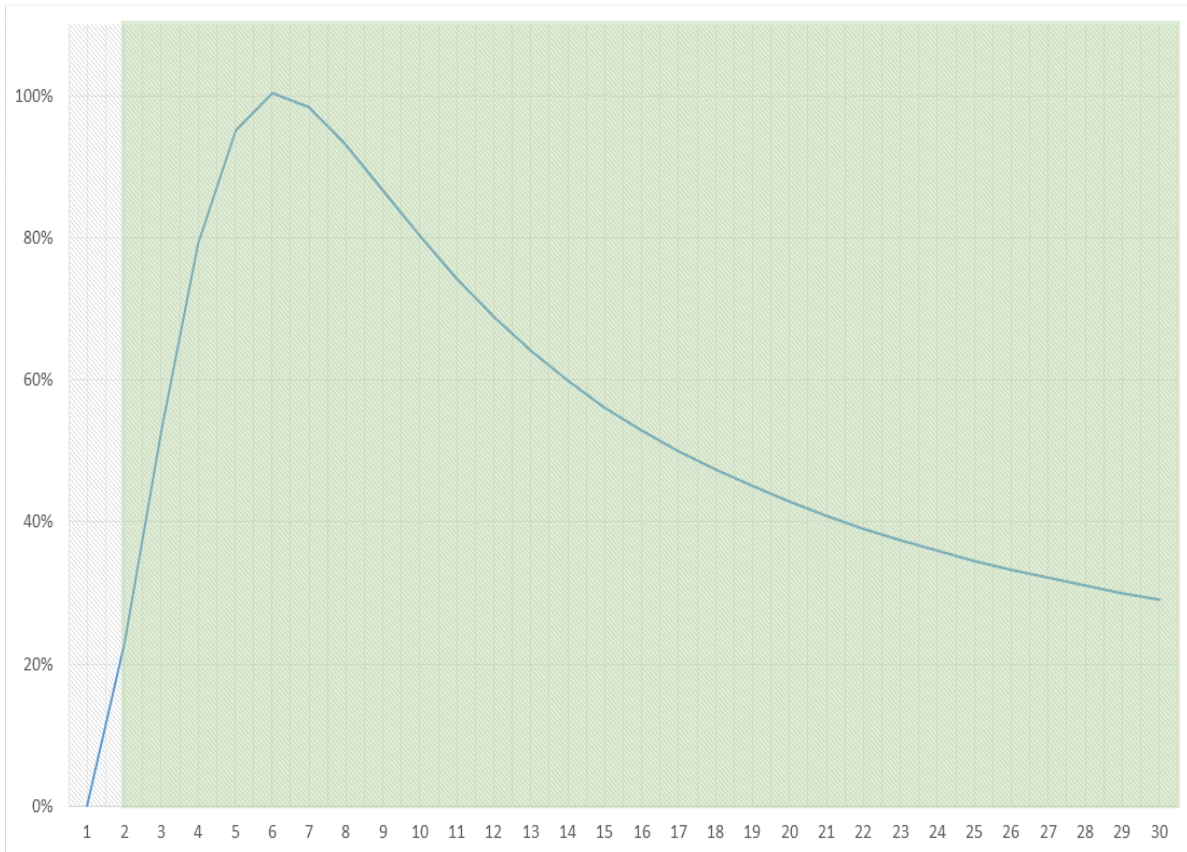
**Gráfico 1. Evolución de precios a la Cournot y a la Stackelberg ( $a=\$1.000.000$ ,  $c=\$100.000$ ,  $b=20$ )**



Fuente: elaboración propia.

Lo mismo sucede con las diferencias entre cambios en excedentes del consumidor. Siempre resulta mayor la magnitud de la brecha de excedentes cuando se trata de competencia a la Cournot frente a la situación de competencia a la Stackelberg.

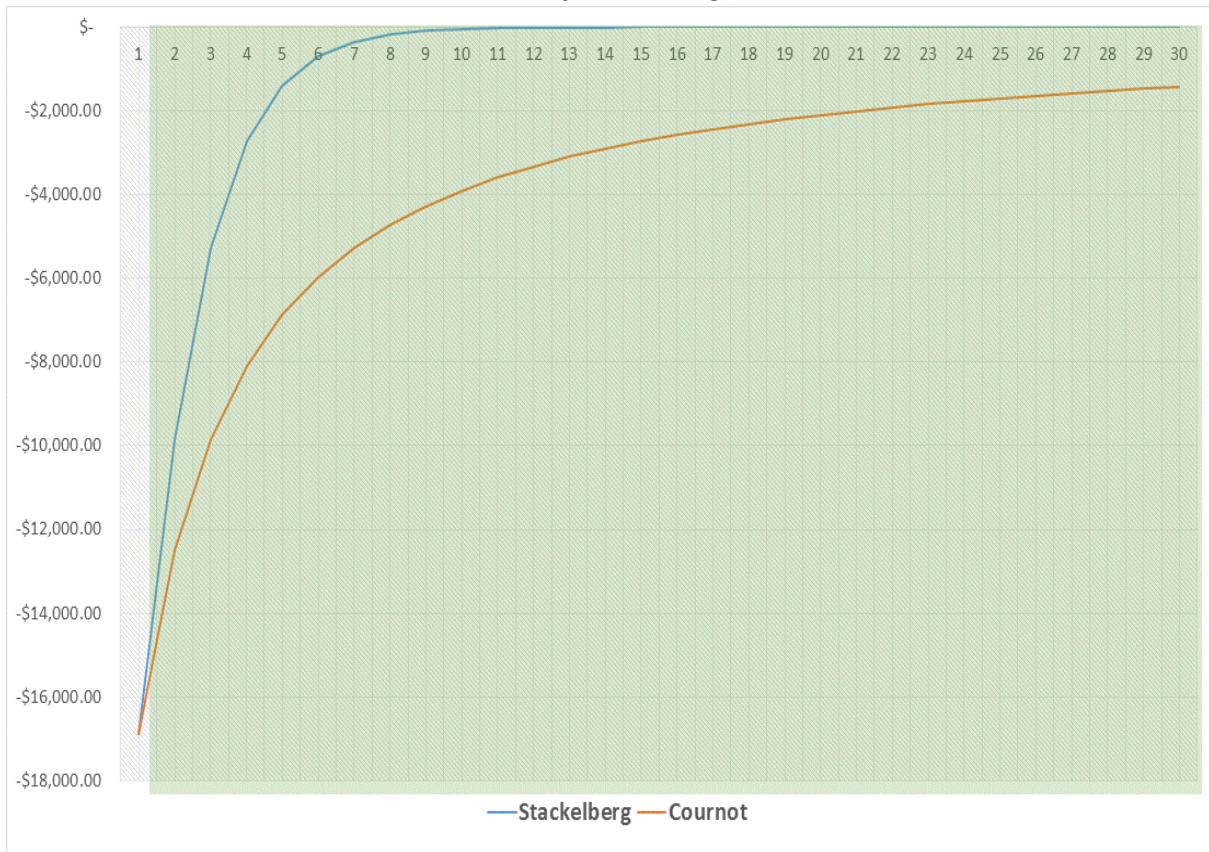
**Gráfico 2. Diferencia precios a la Cournot y a la Stackelberg ( $a=\$1.000.000$ ,  $c=\$100.000$ ,  $b=20$ )**



Fuente: elaboración propia.



**Gráfico 3. Diferencia Excedentes Cournot y Stackelberg (a=\$1.000.000, c=\$100.000, b=20)**



Fuente: elaboración propia.

## Consideraciones Finales

Este documento representa una evidencia que desvirtúa la afirmación según la cual los mercados oligopólicos caracterizados por agentes líder seguidor cuentan con niveles de competencia más débiles que otro tipo de estructuras de mercado. Por el contrario, lo que se muestra en el documento es que, para el caso de mercado con bienes homogéneos y estructuras de costos similares entre firmas, con rendimientos constantes a escala, si los agentes se comportan estratégicamente, la intensidad de la competencia resultará ser mayor en las estructuras líder seguido que en situaciones en las que las firmas compiten en un mismo período de tiempo.

El ejercicio matemáticamente realizado se corrobora a través de un ejercicio de simulación, asumiendo ciertos valores de los fundamentales del mercado. A partir del ejercicio en mención se ilustra el efecto que un número adicional de firmas en el oligopolio se genera sobre el nivel de precios resultante a la Cournot y a la Stackelberg, las diferencias entre ellos y las diferencias entre los cambios en el excedente del consumidor, encontrando siempre signos de una mayor intensidad de competencia en oligopolios a la Stackelberg frente al escenario Cournot.

## Referencias bibliográficas

- Cournot, A. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. New York: Macmillan & Company.
- Daughety, A. (1990). Beneficial Concentration. *American Economic Review*, 80(5), 1231-1237.
- Escrhuella-Villar, M. (2013). On merger in a collusive Stackelberg market. *Economics Bulletin*, 33(3), 2394-2401. Disponible en: <http://ideas.repec.org/a/ebl/ecbull/eb-13-00370.html>
- Nash, J. (1951). Non – Cooperative Games. *The Annals of Mathematics, Segunda serie*, 54(2), 286-295. Disponible en: <http://www.cs.tau.ac.il/~kempe/TEACHING/SEMINAR-LENS-SPRING08/Nash51.pdf>
- Salant, S., Switzer, S. y Reynolds, R. (1983). Losses from horizontal merger: the effects of an exogenous change in industry structure on Cournot Nash Equilibrium. *Quarterly Journal of Economics*, XCVIII(2), 185-199. Disponible en: [http://homepage.univie.ac.at/besim.yurtoglu/papers/p\\_15.pdf](http://homepage.univie.ac.at/besim.yurtoglu/papers/p_15.pdf)
- Von Stackelberg, H. (1934). *Marktform und Gleichgewicht*. Vienna: Springer

Lo invitamos a visitar el micrositio del Grupo de Estudios de Estudios Económicos



La colección completa de la serie de documentos de trabajo se encuentra disponible en

