

# Documentos de Trabajo

Análisis de efectos explotativos de integraciones empresariales a partir del modelo de Cournot: el caso de mercados con bienes homogéneos

*Juan Pablo Herrera Saavedra*  
*Dennis Sánchez Navarro*

**No. 15**

**2014**

Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 2.5 Colombia](#).

**Usted es libre de:**

Compartir - copiar, distribuir, ejecutar y comunicar públicamente la obra

**1.1.1 Bajo las condiciones siguientes:**

- **Atribución** – Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor o el licenciante. Si utiliza parte o la totalidad de esta investigación tiene que especificar la fuente.
- **No Comercial** – No puede utilizar esta obra para fines comerciales.
- **Sin Obras Derivadas** – No se puede alterar, transformar o generar una obra derivada a partir de esta obra.

Los derechos derivados de usos legítimos u otras limitaciones reconocidas por la ley no se ven afectados por lo anterior.



La serie Documentos de Trabajo es una publicación de la Superintendencia de Industria y Comercio. Los documentos son elaborados por los miembros del Grupo de Estudios Económicos o funcionarios de la entidad, y son de carácter provisional. Los análisis, opiniones y posibles errores son de responsabilidad exclusiva de los autores y no representa la posición de la Superintendencia de Industria y Comercio en la materia.

Para cualquier duda, sugerencia, corrección o comentario, escribir a: [estudioeconomicos@sic.gov.co](mailto:estudioeconomicos@sic.gov.co)

---

# Análisis de los efectos explotativos en integraciones empresariales a partir del modelo de Cournot: el caso de mercados con bienes homogéneos

---

Juan Pablo Herrera Saavedra<sup>1</sup>  
Dennis Sánchez Navarro<sup>2</sup>

## Resumen

Este artículo modela los posibles efectos que sobre el precio de un mercado de un bien homogéneo se puede producir ante una integración empresarial. El análisis se realizará a partir de dos escenarios, (i) considerando tecnologías similares entre firmas y (ii) con algún grado de heterogeneidad por grupos de empresas. Se asume una función inversa de demanda lineal que representa las preferencias de los consumidores, tecnologías con rendimientos constantes a escala y un ambiente de competencia, en el cual las empresas compiten a la Cournot.

Palabras clave: oligopolio, Cournot, bienes homogéneos comportamiento de las firmas, producción, juegos no cooperativos.

JEL: D43, D21, D24, C72.

---

<sup>1</sup>Magíster en economía, docente de las Universidades Externado y Nacional de Colombia. Coordinador del Grupo de Estudios Económicos y Asesor del Superintendente de Industria y Comercio. E-mail: estudioeconomicos@sic.gov.co. Dirección de correspondencia: Carrera 13 No. 27 - 00, Piso 10 (Bogotá, Colombia).

<sup>2</sup>Magíster en Ciencias Económicas. Economista del Grupo de Estudios Económicos de la Superintendencia de Industria y Comercio. E-mail: dsanchez@sic.gov.co. Dirección de correspondencia: Carrera 13 No. 27-00, Piso 10 (Bogotá, Colombia).



---

# **Analysis of the exploitative effects of a merger based on a Cournot's model: a case of homogeneous good markets**

---

## **Abstract**

This paper models the possible effects over the market price of a homogeneous good when there is a merger. The analysis will be made with two scenarios: (i) using technologies homogenous between firms, (ii) and with any degree of heterogeneity. It is assumed an linear inverse function of demand which represents the preferences of the consumers, technologies with constant returns to scale and an environment in which competition is made a la Cournot.

Key words: oligopoly, Cournot, homogeneous goods, firm behavior, production, non-cooperative games.

JEL: D43, D21, D24, C72.

## Introducción

Desde el trabajo de Augustin Cournot (1838) y de Joseph Louis François Bertrand (1883), se abre una agenda de discusión muy interesante de la teoría económica, relacionada con el papel de las interacciones entre firmas al momento de reconocer diferentes estructuras de mercado. Los esfuerzos de modelación se hicieron progresivamente más visibles durante los albores del siglo XX, cuando surgen trabajos como el de Chamberlin (1933) y von Stackelberg (1934), quienes refuerzan esta tendencia de modelación.

A su vez, los diálogos entre el derecho y la economía a propósito del análisis económico en materia de protección de la competencia en las diferentes jurisdicciones en el mundo, permite reconocer una creciente tendencia a utilizar este tipo de modelos como referencia para identificar los posibles efectos de llevarse a cabo una operación de integración empresarial, desde la óptica del riesgo de conductas unilaterales, principalmente, y en algunos casos de conductas coordinadas. Durante la década de 1990, trabajos como los de Shapiro (1996), Werden (1997), Epstein y Rubinfeld (2001), relacionados con simulación de integraciones empresariales dan cuenta de esta tendencia.

En esta línea argumental, el presente documento pretender señalar un método de detección del posible efecto explotativo derivado de integraciones empresariales, cuando se trata de mercados oligopólicos en los cuales los consumidores perciben bienes homogéneos. Para el efecto, y tal como fue anunciado líneas arriba se abordará el problema partiendo de dos referentes distintos: firmas con tecnologías homogéneas para posteriormente extender el análisis a empresas con tecnologías heterogéneas.

## Definición de variables

A efectos de avanzar en la modelación propuesta, a continuación se presenta el listado de variables a utilizar, con su respectiva definición.<sup>3</sup>

1.  $N$ : número de firmas participantes en el mercado.
2.  $q_i$ : volúmen de colocación de la firma  $i$ .
3.  $P$ : precio por unidad de producto.
4.  $Q$ : volumen total de colocación.
5.  $a$ : precio de reserva (disponibilidad máxima a pagar por parte de los consumidores por el bien o servicio).
6.  $b$ : parámetro de sensibilidad que mide el efecto marginal que sobre el precio causa un cambio en el volumen de colocación en el mercado.
7.  $C_{T_i}(q_i)$ : costo total de producción
8.  $P(Q)$ : función inversa de demanda que representa las preferencias de los consumidores.
9.  $s_i$ : participación, en volúmenes, de la firma  $i$  en el mercado.

---

<sup>3</sup>La notación sigue una presentación estándar que puede consultarse en Shy (1996). Para el lector desprevenido que quisiera contextualizarse sobre este tipo de modelos ver Varian (1992) o Pindyck y Rubinfeld (2013).

## Definición de relaciones funcionales en la modelación

Se asume una función inversa de la demanda lineal representada de la siguiente forma:

$$P(Q) = a - bQ; \quad a, b > 0 \quad (1)$$

Siendo  $Q = \sum_{m=1}^N q_m$ .

A su vez, asumiendo rendimientos constantes a escala se define la función de costos de la firma  $i$  de la siguiente forma:

Escenario 1

$$C_{T_i}(q_i) = c \cdot q_i; \quad c < a$$

Escenario 2

$$C_{T_i}(q_i) = c_i \cdot q_i; \quad a > \max \{c_i\}_{i=1}^N$$

## Escenario 1: mercado con firmas homogéneas

Un primer paso en la modelación consiste en reconocer un número finito de firmas, cuyas tecnologías pueden ser modeladas a partir de una única función de costos. De esta forma, el problema de la firma  $i$  podrá expresarse de la siguiente forma:

$$\max_{q_i \in [0, \infty)} aq_i - bq_i^2 - bq_i \sum_{j \neq i} q_j - cq_i$$

Siendo la condición de primer orden:

$$a - 2bq_i - b \sum_{j \neq i} q_j - c = 0$$

$$q_i(q_j) = \frac{a - c}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} q_j$$

En equilibrio el volúmen de colocación de la firma  $i$  será:

$$q_1^* = q_2^* = \dots = q_N^* = q^*$$

$$q^* = \left( \frac{a - c}{2b} \right) - \frac{1}{2}(N - 1)q^*$$

$$q^* \left[ 1 + \frac{1}{2}(N - 1) \right] = \frac{a - c}{2b}$$

$$q^* = \frac{a - c}{(N + 1)b} \quad (2)$$

Considerando que  $Q = \sum_{m=1}^N q_m$  y reemplazando la ecuación 2 en esta expresión, se obtiene:

$$Q^* = \frac{N}{N+1} \frac{(a-c)}{b} \quad (3)$$

Reemplazando 3 en la función inversa de la demanda:

$$P^* = \left( \frac{1}{N+1} \right) a + \left( \frac{N}{N+1} \right) c \quad (4)$$

Obsérvese que el precio que se obtiene en equilibrio corresponde a un promedio ponderado entre el precio de reserva y el costo marginal, cuyos ponderadores dependen del número de firmas presentes en el mercado.

Mediante un ejercicio de estática comparativa (Cuadro 1) es posible cuantificar el efecto que causaría en el mercado una reducción en el número de firmas participantes, producto de una integración empresarial.

CUADRO 1.  
Síntesis de resultados del modelo

Variable $V$	Cambio de la variable con respecto a $N$ $\left( \frac{\partial V}{\partial N} \right)$
$q^*$	$\frac{c-a}{(N+1)^2 b}$
$Q^*$	$\frac{1}{(N+1)^2 b} \frac{a-c}{b}$
$P^*$	$\frac{c-a}{(N+1)^2}$
$\Pi^*$	$-\frac{2(a-c)^2}{(N+1)^3 b}$

Fuente: elaboración propia.

A partir de la ecuación 4, se infiere que de llevarse una operación de integración empresarial entre empresas homogéneas que genere un ente integrado con la misma tecnología de las empresas iniciales se obtendrá como resultado un diferencial de precios positivo igual a:

$$p^f - p^i = \left( \frac{k}{(N-k+1)(N+1)} \right) (a-c) > 0 \quad (5)$$

Siendo  $p^f$  y  $p^i$  el precio post y pre integración respectivamente. De lo anterior, se concluye que una operación de integración empresarial entre  $k$  firmas que produce un bien homogéneo y es

producida por firmas con tecnologías idénticas, generará como resultado un incremento en el precio del mercado.

De igual manera, puede calcularse la participación que cada una de las firmas tendría en el equilibrio de la siguiente forma.

$$s_i = \frac{q_i^*}{Q^*} = \frac{1}{N} \quad (6)$$

Así, de llevarse a cabo una operación de integración empresarial entre un grupo de  $k$  firmas participantes en el mercado, la participación resultante de los nuevos incumbentes será  $\frac{1}{(N-k+1)}$ .

Es de resaltar que la participación en mención del ente integrado no corresponde a la agregación de las participaciones de cada una de las firmas, es decir  $\frac{k}{N}$  y esta última medida estará siempre por encima de la participación que se derivaría del equilibrio Nash Cournot. De lo anterior, se concluye que en este tipo de mercados de asumir que la participación del ente integrado es igual a la suma de las participaciones de las intervinientes, implica sobre-estimar la participación de dicha empresa si existe un comportamiento estratégico por parte de cada una de las empresas.

$$\begin{aligned} \frac{1}{N-k+1} &< \frac{k}{N} \\ N &< Nk - k^2 + k \\ N(1-k) &< -k(k-1) \\ N(1-k) &< k(1-k) \\ N &> k \end{aligned}$$

## Escenario 2: mercado con firmas heterogéneas

Después de haber analizado el caso de la homogeneidad entre las tecnologías de las firmas, resulta importante indagar el efecto que sobre el precio se produce cuando interactúan en una estructura oligopólica firmas cuyos costos y tecnología resultan disímiles, en este caso el problema de la firma  $i$  será:

$$\max_{q_i} \quad aq_i - bq_i^2 - bq_i \sum_{m \neq i} q_m - c_i q_i$$

La condición de primer orden será:

$$\begin{aligned}
a - 2bq_i - b \sum_{m \neq i} q_m - c_i &= 0 \\
q_i(q_m) &= \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{m \neq i} q_m \\
q_i - \frac{1}{2}q_i &= \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N q_m \\
q_i &= \frac{a - c_i}{b} - \sum_{m=1}^N q_m \tag{7}
\end{aligned}$$

De esta manera,  $Q^*$  será:

$$\begin{aligned}
Q^* &= N \left( \frac{a}{b} \right) - \frac{1}{b} \sum_{m=1}^N c_m - NQ^* \\
Q^*(N+1) &= \frac{1}{b} \left( Na - \sum_{m=1}^N c_m \right) \\
Q^* &= \frac{1}{(N+1)b} \left( Na - \sum_{m=1}^N c_m \right) \tag{8}
\end{aligned}$$

El valor del precio en equilibrio  $P^*$ , será entonces:

$$\begin{aligned}
P^* &= a - \frac{1}{N+1} \left( Na - \sum_{m=1}^N c_m \right) \\
P^* &= a \frac{1}{N+1} + \frac{1}{N+1} \sum_{m=1}^N c_m \tag{9}
\end{aligned}$$

Por simplicidad se considerarán dos grupos de empresas,  $H$  firmas con costos altos ( $c_H$ ) y  $L$  firmas con costos bajos ( $c_L$ ). Así:  $H + L = N$ .

Se asume que se llevará a cabo una integración de dos empresas, una de costos bajos y otra de costos altos. Como resultado la firma integrada adoptará la tecnología de costos bajos. Por lo tanto:

$$\sum_{m=1}^N c_m = Hc_H + Lc_L$$

$$\sum_{m=1}^{N-1} c_m = (H-1)c_H + Lc_L$$

Así en el equilibrio el precio resultante en el mercado antes y después de la integración, serán respectivamente:

$$P_{exante} = \frac{1}{N+1}a + \frac{H}{N+1}c_H + \frac{L}{N+1}c_L \quad (10)$$

$$P_{expost} = \frac{1}{N}a + \frac{H-1}{N}c_H + \frac{L}{N}c_L \quad (11)$$

La diferencia entre estos dos precios (ecuación 10 - ecuación 9) corresponde a la siguiente expresión:

$$P_{expost} - P_{exante} = a \left( \frac{1}{N} - \frac{1}{N+1} \right) + c_H \left( \frac{H-1}{N} - \frac{H}{N+1} \right) + c_L \left( \frac{L}{N} - \frac{L}{N+1} \right)$$

$$P_{expost} - P_{exante} = a \left( \frac{1}{N(N+1)} \right) + c_H \left( \frac{H-(N+1)}{N(N+1)} \right) + c_L \left( \frac{L}{N(N+1)} \right) \quad (12)$$

De la anterior expresión es posible reconocer un umbral a partir del cual es posible inferir que la operación de integración generará un incremento, una reducción o invarianza en el nivel de precios tal como se muestra a continuación mediante las tres diferentes expresiones.

*Caso 1*

$$\begin{aligned} a + Lc_L &> Lc_L + c_H \\ L(c_L - c_H) &> c_H - a \\ L &< -\frac{a - c_H}{c_H - c_L} \end{aligned} \quad (13)$$

*Caso 2*

$$\begin{aligned} a + Lc_L &= Lc_L + c_H \\ L(c_L - c_H) &= c_H - a \end{aligned} \quad (14)$$

*Caso 3*

$$\begin{aligned} a + Lc_L &< Lc_L + c_H \\ L(c_L - c_H) &< c_H - a \\ L &> -\frac{a - c_H}{c_H - c_L} \end{aligned} \quad (15)$$

En conclusión la diferencia de precios estará determinada por la siguiente correspondencia:

$$p^f - p^i = \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} L < \frac{a-c_H}{c_H-c_L} \\ L = \frac{a-c_H}{c_H-c_L} \\ L > \frac{a-c_H}{c_H-c_L} \end{matrix} \quad (16)$$

## Consideraciones finales

El documento ha presentado dos resultados esenciales atribuibles a mercados oligopólicos en el que las firmas compiten a la Cournot y las preferencias de los consumidores permiten concebir funciones inversas de demanda lineales. Se ha mostrado que bajo la hipótesis de bienes homogéneos y estructuras de costos similares, cualquier operación de integración empresarial que genere como resultado una empresa con tecnología similar a las empresas que inicialmente participan en la operación conducirá a un incremento en el precio.

A su vez, se ha mostrado que la agregación de participaciones de las firmas al momento de estimar la participación del ente integrado resulta ser una sobre-estimación de la participación que este último agente tendría si las empresas restantes del mercado actúan estratégicamente.

Por su parte, en el escenario de costos heterogéneos, se ha mostrado que el efecto de la integración entre una empresa eficiente y otra ineficiente, en la cual existe una adopción de tecnología eficiente por parte del ente integrado, producirá como resultado un efecto sobre el precio ambiguo, el cuál dependerá de las diferencias entre los costos marginales de las empresas intervinientes y la brecha existente entre el precio de reserva y el costo marginal más alto.

Futuras investigaciones deberán centrarse en el efecto de operaciones de integración empresarial en las que los consumidores perciben diferenciación de los productos que se ofrecen en el mercado.

## Referencias

- Bertrand, J. (1883). *Théorie des Richesses: revue de Théories mathématiques de la richesse sociale par Léon Walras et Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses par Augustin Cournot.* *Journal des savants*, septiembre, 499-508. Disponible en <http://cruel.org/econthought/texts/marginal/bertrand83.pdf>
- Chamberlin, E. (1933) *The Theory of Monopolistic Competition.* Cambridge, Massachusetts: Harvard University.
- Cournot A. (1838). *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth.* Londres: MacMillan Company. Disponible en: <http://www3.nd.edu/tgresik/IO/Cournot.pdf>
- Epstein, R. y Rubinfeld, D. (2001). Merger Simulation: A simplified approach with new applications. *Antitrust Journal*, 69, 883-919. Disponible en <http://scholarship.law.berkeley.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2362&context=facpubs>

- Pyndick, R. y Rubinfeld, D. (2013). *Microeconomics*, 8ed. New York: Pearson.
- Shapiro C. (1996). *Mergers with Differentiated Products*. Department of Justice. Working Paper.
- Shy, O. (1996). *Industrial Organization: Theory and Applications*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Varian, H. (1992). *Microeconomic Analysis, Third Edition*. New York: W. W. Norton & Company.
- Von Stackelberg, H. (1934). *Market Structure and Equilibrium*. Vienna: Springer Verlag.
- Werden, G. (1997). Simulating the effects of differentiated products mergers: A practical alternative to structural merger policy. *George Mason Law Review*, 5, 363-386.

Lo invitamos a visitar el micrositio del Grupo de Estudios de Estudios Económicos



La colección completa de la serie de documentos de trabajo se encuentra disponible en

