Industria y Comercio
SUPERINTENDENCIA

Documentos de Trabajo

Una aproximación a indicadores diseñados para la medición del impacto en el bienestar del consumidor

Juan Pablo Herrera Saavedra
Jenny Paola Lis Gutiérrez

No. 3

2012

La serie Documentos de Trabajo es una publicación de la Superintendencia de Industria y Comercio. Los documentos son elaborados por los miembros del Grupo de Estudios Económicos o funcionarios de la entidad, y son de carácter provisional. Los análisis, opiniones y posibles errores son de responsabilidad exclusiva de los autores y no representa la posición de la Superintendencia de Industria y Comercio en la materia.

Para cualquier duda, sugerencia, corrección o comentario, escribir a: estudioseconomicos@sic.gov.co

Una aproximación a indicadores diseñados para la medición de impacto en el bienestar del consumidor

Juan Pablo Herrera Saavedra[1]
Jenny Paola Lis Gutiérrez[2]

Resumen

Este documento presenta algunos fundamentos teóricos que subyacen en el análisis de bienestar que puede establecerse en aras de cuantificar el impacto sobre el consumidor cuando un agente infringe los derechos del comprador, lo cual pueden traducirse en un incremento en los precios. El ejercicio permite concluir que siempre que pueda reconocerse algún grado de sustituibilidad imperfecta entre los bienes y servicios, susceptibles de ser elegidos por el consumidor, la variación equivalente y compensada serán una sobreestimación y una subestimación, respectivamente, del cambio en el excedente del consumidor. En el caso de bienes complementarios y sustitutos perfectos las medidas de medición de bienestar propuestas no son adecuadas.

Palabras clave: bienestar, consumidor, conducta explotativa, variación equivalente, la variación compensada, excedente del consumidor.
JEL: D11, D18, D63, I31.

---

[1] Magister en Ciencias Económicas. Coordinador del Grupo de Estudios Económicos y Asesor del Superintendente de Industria y Comercio. E-mail: estudioseconomicos@sic.gov.co. Dirección de correspondencia: Carrera 13 No. 27 - 00, Piso 10 (Bogotá, Colombia).
[2] Magister en Análisis de Problemas Políticos, Económicos e Internacionales; Magister en Sociedades Contemporáneas Comparadas; Especialidad en Geografía y Planeación. Economista del Grupo de Estudios Económicos de la Superintendencia de Industria y Comercio. E-mail: jgutierrez@sic.gov.co. Dirección de correspondencia: Carrera 13 No. 27 - 00, Piso 10 (Bogotá, Colombia).

An approach to indicators designed to measure the impact on consumer welfare

Abstract

This paper presents some theoretical foundations underlying the welfare analysis that can be established in order to quantify the impact on consumers, when an agent violates the rights of purchaser and such behavior is reflected in a price increase. This exercise allows us to conclude that if it is possible to recognize some degree of imperfect substitutability between goods and services, which may be chosen by the consumer, then the equivalent and compensated variations will be an overestimation and underestimation, respectively, of the change in consumer surplus.

Keywords: welfare, consumer, exploitative behavior, equivalent variation, compensated variation, consumer surplus.

JEL: D11, D18, D63, I31.

Una aproximación a indicadores diseñados para la medición de impacto en el bienestar del consumidor

Introducción

Con la entrada en vigencia del Estatuto de Protección al Consumidor, consagrado en la Ley 1480 del 12 de octubre de 2011, se ha retomado una preocupación válida, latente durante años y compartida por múltiples autoridades de protección al consumidor: ¿qué indicadores permiten medir el impacto de la actuación de una empresa que trasgrede las normas que protegen al comprador y establece una conducta explotativa en el mercado, en términos de bienestar de los consumidores?

El universo de conductas que se tipifican como acciones que vulneran los derechos al consumidor son numerosas. Van desde aspectos relacionados con la calidad, idoneidad y seguridad del producto, pasando por incumplimiento de garantías, hasta la publicidad que pudiese ser reconocida como engañosa, y muchas otras. Así las cosas, resulta importante mencionar que es posible definir un subconjunto de estas conductas con un rótulo fundamental: aquellas acciones ejecutadas por productores, comercializadores y distribuidores, que en términos prácticos pueden traducirse o ser equivalentes a situaciones asociadas a un incremento del precio por unidad de producto[3].

Para el efecto, este trabajo presenta algunos rudimentos teóricos, basados en desarrollos de la teoría microeconómica[4] y seleccionados por la facilidad en su implementación, los cuales permiten cuantificar la incidencia o afectación del bienestar del consumidor en términos monetarios. El documento se divide en tres secciones adicionales a esta introducción. En la

[3] Es importante indicar en este punto que si bien las normas sobre protección del consumidor no hacen referencia específica a alzas injustificadas en precios, aquellas conductas relacionadas con problemas de calidad, seguridad, idoneidad del producto e incluso incumplimiento de garantías en cierto tipo de productos perecederos podrían tener un escenario equivalente, en materia de incidencia en el bienestar del agente, a un incremento en el precio por unidad de producto.

[4] Para una ilustración detallada de los argumentos que subyacen detrás de esta exposición ver Jehle y Reny (2000).

primera, se presentan los principios teóricos necesarios para entender el contexto en el cual es posible definir los indicadores más utilizados en la medición de efectos en materia de bienestar. En la segunda se realizan algunas aplicaciones de casos hipotéticos que ilustran las bondades de la metodología descrita. Y en la tercera, se formulan algunas reflexiones a manera de conclusiones y recomendaciones derivadas del ejercicio.

1. El modelo

El punto de partida de la colección de indicadores que serán definidos en el documento corresponde al problema de elección del consumidor, ampliamente desarrollado en libros de teoría microeconómica[5]. Uno de sus elementos centrales es que su piedra angular subyace en la hipótesis de un agente representativo. Lo anterior significa que, efectivamente, el análisis a realizar sobre el consumidor parte de la especificación de un individuo *"medio"* de un grupo poblacional, asumiendo que si bien al interior de la población existe heterogeneidad en las preferencias de cada uno de los individuos, un tratamiento *"promedio"* del patrón de elección representa aproximadamente las decisiones individuales.

Por simplicidad se denotará al vector $x = (x_1, \dots, x_n)$ como una cesta de consumo tal que $x \in \boldsymbol{R}_+^n$, siendo este último conjunto convexo, cerrado y no vacío. Se define sobre R_+^n una relación binaria $(\succsim)$ completa, transitiva convexa en sentido fuerte y continua que satisface no saciedad local.

Bajo las condiciones anteriormente expuestas, es posible mostrar que existe una función de utilidad que representa dichas preferencias, siendo esta una función de valor real continua, cuyo conjunto de salida es $\boldsymbol{R}_+^n$, el cual es cuasicóncavo en sentido estricto.

Bajo estas consideraciones, se define al problema de maximización del consumidor como:

$$Max_{x \in \boldsymbol{R}_+^n} U(x)$$

$$s.a.\, x \in CP(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) = \{x \in \boldsymbol{R}_+^n : \boldsymbol{p} \cdot x \leq m\}$$

[5] Por ejemplo, ver Mas Collel, Whinston y Green (1995).

Donde $CP(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$, corresponde al conjunto presupuestal del consumidor, definido por el vector de precios por unidad de cada uno de los bienes o servicios $\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{R}_{++}^{n}$y el nivel de ingreso del individuo, $m > 0$.

De esta forma, la solución al problema de optimización corresponderá a un sistema de demanda de mercado de la forma $x(\boldsymbol{p}, m) = ArgMaxU(x)$ y a una función valor, que en este caso se define como la función de utilidad indirecta, denotada como$v(\boldsymbol{p}, m) = MaxU(x)$. Al respecto es importante señalar que dadas las características del problema propuesto, existe una colección infinita de transformaciones monótonas de $U(\cdot)$ que permiten representar las mismas preferencias, y por tanto, llevan a identificar el mismo sistema de demanda $x(\boldsymbol{p}, m)$.

Ante esta relativización de la función de utilidad, capaz de representar las preferencias de los agentes, se relativiza también cualquier esfuerzo de medición de los niveles de bienestar derivados del uso de la función $U(\cdot)$ para realizar el respectivo análisis. De allí es que surge el reto fundamental en materia de modelación económica que se pretende desarrollar en el presente documento.

A partir de los supuestos que fueron atribuidos sobre las preferencias, es importante resaltar que de dichos argumentos se desprenden dos resultados fundamentales: que $x(\boldsymbol{p}, m)$ es una función, esto es que a cada nivel de precios e ingreso se asume una y sólo una mejor decisión del listado de bienes y servicios, y que se satisface la condición de agotamiento del ingreso, es decir, $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$, tal como se muestra a continuación.

Proposición 1.

Si las preferencias del consumidor satisfacen no saciedad local entonces la mejor elección del individuo agotará todo su ingreso. Es decir, $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$.

Prueba

Suponga que $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) < m$. *Es decir,* $m - \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) > 0$. *Sea* $\delta > 0$ *un valor lo suficientemente pequeño, tal que* $m - \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) > \delta$. *Por no saciedad local existe un* $x^* \in V_\delta(x(\boldsymbol{p}, m)$, *tal que* $x^* \succ x(\boldsymbol{p}, m)$. *Por lo anterior existe* $x^* \in \boldsymbol{R}_+^n$, *tal que se prefiere a* $x(\boldsymbol{p}, m)$ *y es alcanzable, esto es,* $\boldsymbol{p} \cdot x^* < m$, *lo cual es una contradicción. De donde se tiene que*

$$\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$$

Proposición 2.

Si las preferencias del consumidor satisfacen no saciedad local y convexidad estricta entonces $x(\boldsymbol{p}, m)$*es una función, tal que* $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$.

Prueba

Suponga que $x(\boldsymbol{p}, m) = \{x^1, x^2\}$, *siendo* $x^1 \neq x^2$. *Por definición de* $x(\boldsymbol{p}, m)$, $x^1 \sim x^2$. *Por definición de convexidad fuerte de las preferencias* $tx^1 + (1-t)\, x^2 \succ x^1$, *para* $t \in (0,1)$. *De igual forma, se sabe que por no saciedad local y lo probado en la proposición 1* $\boldsymbol{p} \cdot x^1 = \boldsymbol{p} \cdot x^2 = m$, *por tanto,* $\boldsymbol{p} \cdot (tx^1 + (1-t)\, x^2) = m$, *para* $t \in (0,1)$. *Por tanto,* $x^1, x^2 \notin x(\boldsymbol{p}, m)$, *lo cual es una contradicción. De donde se tiene que* $x(\boldsymbol{p}, m)$ *es una función; es decir, para cada (*$\boldsymbol{p}, m$) *existe una única mejor elección para el consumidor.*

A partir de este resultado y siguiendo la metodología de Slutsky (1915), es posible establecer una primera propuesta de al menos tres indicadores que permiten establecer una medición de impacto sobre el bienestar del consumidor, ante un cambio en los fundamentales del mercado: la variación equivalente (VE), la variación compensada (VC) y el cambio en el excedente del consumidor ($\Delta\, EC$).

Para proponer el mecanismo descriptivo, se asume que el consumidor enfrenta dos vectores de precios diferentes $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p'} \in \boldsymbol{R}_{++}^n$.

1.1. Técnica de Slutsky

1.1.1. Análisis *ex - ante*

Una primera aproximación al problema consiste en establecer la medición del cambio en el ingreso del consumidor equivalente al cambio en el precio. De esta manera $x(\boldsymbol{p}, m) \neq x(\boldsymbol{p}', m)$. Sin embargo, por los supuestos arriba presentados se sabe que $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$ y $\boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}', m) = m$. Con esta información es factible determinar un ingreso hipotético (m^h) definido de la siguiente manera:

$$m^h = \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}', m)$$

Lo anterior, permite identificar una cesta hipotética (x^h) definida de la siguiente manera:

$$x^h = x\big(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}', m)\big) = x(\boldsymbol{p}, m^h)$$

De esta forma, se obtiene una medición de los efectos sustitución y renta del bien *i* de la siguiente forma:

$$ES_i = x_i(\boldsymbol{p}', m) - x_i(\boldsymbol{p}, m^h)$$
$$ER_i = x_i(\boldsymbol{p}, m^h) - x_i(\boldsymbol{p}, m)$$

A partir de este resultado puede recuperarse el efecto total de la siguiente forma

$$ET_i = ES_i + ER_i = x_i(\boldsymbol{p}', m) - x_i(\boldsymbol{p}, m)$$

Así, se define el primer indicador en materia de bienestar denotado como Variación Equivalente (VE) de la siguiente manera:

$$VE = m^h - m = \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}', m) - \boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}', m) = (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}') \cdot x(\boldsymbol{p}', m)$$

Por el mismo argumento, se define en términos relativos dicha medición, de la siguiente forma:

$$\%VE = \frac{VE}{m} = \frac{1}{m} \cdot (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{p}') \cdot x(\boldsymbol{p}', m)$$

Lo que resulta interesante de este indicador es que precisamente permite dar respuesta a una pregunta muy simple. Un cambio que se pudiera prever en los mercados en los que participa el consumidor, sería equivalente a $\%VE$ sobre su ingreso.

1.1.2. Análisis *ex – post*

De otra parte, sería posible aproximarse a un análisis partiendo de los precios finales ($\boldsymbol{p}'$), buscando cuantificar con cuánto debería resarcirse al consumidor, en términos monetarios, para compensar la afectación causada por el incremento en precio.

Nuevamente, asumiendo que $x(\boldsymbol{p}, m) \neq x(\boldsymbol{p}', m)$, tal que $\boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = m$ y $\boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}', m) = m$. Con esta información es posible determinar un ingreso hipotético (m^h) tomando como referencia los precios finales:

$$m^{h'} = \boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}, m)$$

De la condición anterior, se define una cesta hipotética ($x^{h'}$) tal como se propone a continuación:

$$x^{h'} = x\left(\boldsymbol{p}', \boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}, m)\right) = x\left(\boldsymbol{p}', m^{h'}\right)$$

Por lo anterior, es posible obtener mediciones acerca de los efectos sustitución y renta del bien *i,* de la siguiente forma:

$$ER_i = x_i(\boldsymbol{p}', m) - x_i\left(\boldsymbol{p}', m^{h'}\right)$$

$$ES_i = x_i\left(\boldsymbol{p}', m^{h'}\right) - x_i(\boldsymbol{p}, m)$$

Nuevamente, puede recuperarse el efecto total de la siguiente forma

$$ET_i = ES_i + ER_i = x_i(\boldsymbol{p}', m) - x_i(\boldsymbol{p}, m)$$

A partir de lo anterior, es posible establecer el segundo indicador en materia de bienestar, denotado como Variación Compensada (VC), el cual se define como:

$$VC = m^{h'} - m = \boldsymbol{p}' \cdot x(\boldsymbol{p}, m) - \boldsymbol{p} \cdot x(\boldsymbol{p}, m) = (\boldsymbol{p}' - \boldsymbol{p}) \cdot x(\boldsymbol{p}, m)$$

Por un argumento simétrico al ya propuesto cuando se hizo referencia a la Variación Equivalente, puede definirse en términos relativos dicha medición de bienestar:

$$\%VC = \frac{VC}{m} = \frac{1}{m} \cdot (\boldsymbol{p}' - \boldsymbol{p}) \cdot x(\boldsymbol{p}, m)$$

Lo que resulta interesante de este indicador es que precisamente permite dar respuesta a otra pregunta. Un cambio producido en los mercados en los que participa el consumidor, exigiría compensarlo o resarcirlo sobre su ingreso, en un valor equivalente a $\%VC$.

La anterior presentación guarda una relación directa con indicadores de índices de precios y cantidades de Laspeyres y de Paasche, tal como se muestra a continuación.

Índices de precios y cantidades

Los índices de precios y cantidades, reconocidos en la teoría económica por los trabajos seminales de Hermmann Paasche (1874) y Etienne Laspeyres (1871), resultan puntos de partida interesantes para relacionar las mediciones presentadas hasta aquí, con aquellos ejercicios enfocados en índices de costo de vida en un sistema económico. Basta traer a colación los fundamentos directamente asociados con los índices de precios (I_p^i) y de cantidades (I_q^i),Paasche y Laspeyres, respectivamente ($i = Pa, Ls$). Las siguientes expresiones dan cuenta de cada uno de los respectivos índices:

Índices de precios

$$I_p^{Pa} = \frac{\boldsymbol{p}^1 \cdot x^1}{\boldsymbol{p}^0 \cdot x^1}$$

$$I_p^{Ls} = \frac{\boldsymbol{p}^1 \cdot x^0}{\boldsymbol{p}^0 \cdot x^0}$$

Índices de cantidades

$$I_q^{Pa} = \frac{\boldsymbol{p}^1 \cdot x^1}{\boldsymbol{p}^1 \cdot x^0}$$

$$I_q^{Ls} = \frac{\boldsymbol{p}^0 \cdot x^1}{\boldsymbol{p}^0 \cdot x^0}$$

Es importante tener en cuenta que en materia de índices de precios, el índice de Laspeyres tiende a sobre estimar la inflación, mientras que el índice de Paasche tiende a subestimarla. Lo anterior considerando que los índices no permiten capturar el efecto atribuido por el hecho de que los consumidores reaccionan a las fluctuaciones en precios, modificando las cantidades que compradas.

De las 4 ecuaciones anteriores, asumiendo que el ingreso del consumidor no se afecta significativamente[6], podría derivarse una forma alterna de expresar tanto la Variación Equivalente como la Variación Compensada, tal como se presenta a continuación:

$$\%VE = \left(\frac{1}{I_p^{Pa}}\right) - 1$$

$$\%VC = \left(I_p^{Ls}\right) - 1$$

Con estos resultados, se deriva a su vez que:

$$I_p^{Pa} = \left(\frac{1}{\%VE + 1}\right)$$

$$I_p^{Ls} = \%VC + 1$$

Teniendo en cuenta lo mencionado con relación a los índices de Paasche y Laspeyres, resulta importante reconocer que existe la opción de definición de un promedio geométrico entre los dos, con el fin de minimizar la sobre y la subestimación de la inflación[7]. Con estos dos resultados es posible construir el índice de Fisher y representarlo en términos de Variación Equivalente y Variación Compensada:

$$I_p^F = \sqrt[2]{\left(I_p^{Pa} \cdot I_p^{Ls}\right)} = \left(\frac{\%VC+1}{\%VE+1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

[6] El mecanismo supone que $\boldsymbol{p^i} \cdot x^i = m; i = 0{,}1.$

[7] Es importante precisar que la metodología propuesta por Fisher no permite eliminar ni compensar el sesgo mencionado de forma exacta. Sin embargo, resulta un mecanismo interesante de corrección parcial de las desviaciones señaladas.

Por otra parte, esta presentación de índices permite con relativa facilidad pensar en un mecanismo capaz de detectar con relativa facilidad cuál es el mecanismo de preferencias que subyace en las diferentes elecciones realizadas por el consumidor.

De esta manera, basta con recordar la idea básica propuesta por Samuelson (1947) relacionada con el Axioma Débil de Preferencias Reveladas (ADPR), de acuerdo con la cual si $x^i \neq x^j$, si $\boldsymbol{p}^i \cdot x^i \geq \boldsymbol{p}^i \cdot x^j$, entonces $p^j \cdot x^i > p^j \cdot x^j$, caso en el cual se concluiría que la cesta x^i se revelaría consistentemente a x^j.

Esta idea de Samuelson podría fácilmente visualizarse utilizando los índices de cantidades de Paasche y de Laspeyres ya presentados.

Versión 1 del ADPR

$$\text{Si} I_q^{Pa} \geq 1, \text{ entonces } I_q^{Ls} > 1.$$

Versión 2 del ADPR

$$\text{Si } I_q^{Ls} \leq 1, \text{ entonces } I_q^{Pa} < 1$$

1.2. Técnica de Hicks

En un artículo publicado en 1934, John Hicks y R.G.D. Allen, enriquecen la discusión económica mediante una reconsideración del problema de la demanda. En este trabajo son propuestos nuevos métodos de medición y formas de aproximarse al análisis en materia de bienestar.

Para avanzar en el entendimiento de su contribución, es importante tener en cuenta el problema dual del consumidor expuesto por Hicks. En este sentido detrás de la propuesta formulada se encuentra la idea, según la cual el consumidor busca elegir la mejor cesta de consumo de acuerdo con un principio fundamental: dado un precio para cada uno de los bienes que elige el consumidor en el mercado y un mínimo nivel de bienestar admisible, se busca minimizar el gasto al momento de tomar su decisión.
Formalmente, el dilema que enfrenta el consumidor podría sintetizarse de la siguiente forma.

$$Min_{x \in \boldsymbol{R}_{+}^{n}} \boldsymbol{p} \cdot x$$

$$s.a.\, x \in CS(\boldsymbol{U}^{*}) = \{x \in \boldsymbol{R}_{+}^{n} : \boldsymbol{U}^{*} \leq U(x)\}$$

Donde $CS(\boldsymbol{U}^{*})$ corresponde al conjunto contorno superior alrededor de $\boldsymbol{U}^{*}$, es decir, como aquella colección de cestas de consumo que generan un nivel de bienestar no menor al mínimo admisible ($\boldsymbol{U}^{*}$).

De esta forma, la solución al problema de optimización propuesto corresponderá a un sistema de demanda que en adelante será denotado como demandas compensadas de la forma $h(\boldsymbol{p}, U) = ArgMin \boldsymbol{p} \cdot x$ y a una función valor, que en este caso se define como la función de gasto: $e(\boldsymbol{p}, U) = Min\, \boldsymbol{p} \cdot x$.

Del anterior problema es posible reconocer las siguientes condiciones:

- $h(\boldsymbol{p}, U)$ *es una relación homogénea de grado cero en precios.*
- *e*$(\boldsymbol{p}, U)$ *es una relación homogénea de grado uno en precios.*
- $\frac{\partial e(\boldsymbol{p},U)}{\partial p_i} = h_i(\boldsymbol{p}, U)$ *es una relación homogénea de grado uno en precios.*
- $\frac{\partial^2 e(\boldsymbol{p},U)}{\partial {p_i}^2} = h_i(\boldsymbol{p}, U)$ *es una relación homogénea de grado uno en precios*[8].

Por otra parte, es fundamental considerar los siguientes argumentos derivados de la contrastar dos problemas de optimización mencionados:

i. $h(\boldsymbol{p^i}, v(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})) = x(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})$

ii. $x\left(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{e}(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})\right) = h(\boldsymbol{p^i}, U)$

iii. $\boldsymbol{e}(\boldsymbol{p^i}, v(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})) = \boldsymbol{m}$

iv. $v\left(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{e}(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})\right) = \boldsymbol{U}$

De la identidad i puede señalarse que aquella cesta minimizadora de gasto, a unos precios dados para un nivel de utilidad equivalente al máximo nivel de utilidad alcanzable a los precios

[8] Para una exposición detallada del asunto ver Jehle y Reny (2000) capítulo 2.

señalados y un ingreso específico, es igual a la cesta maximizadora de utilidad para los mismos precios e ingreso establecido.

Puede observarse de la identidad ii, que aquella cesta maximizadora de utilidad dados unos precios específicos y un nivel de ingreso equivalente al mínimo gasto incurrido a los mismos precios y un nivel de utilidad dado, es justamente la cesta que minimiza gasto a esos precios y ese nivel de utilidad.

En cuanto a las proposiciones iii y iv estas son identidades que se derivan de cada una de las proposiciones anteriores y son los problemas a resolver por parte del consumidor.

Teniendo en cuenta lo anterior, con especial consideración al numeral ii es factible afirmar que:

$$\frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i}, U)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_s\left(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{e}(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})\right)}{\partial p_j}$$

$$\frac{\partial x_s\left(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{e}(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})\right)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial p_j} + \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial m}\frac{\partial e(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})}{\partial p_j}$$

Teniendo en cuenta que, por el Teorema de la Envolvente $\frac{\partial e(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{U})}{\partial p_j} = h_j(\boldsymbol{p^i}, U)$, es posible afirmar que:

$$\frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i}, U)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial p_j} + \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial m} h_j(\boldsymbol{p^i}, U)$$

Si a su vez se reconoce que $\boldsymbol{U} = v(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})$, utilizando i se tiene que:

$$\frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i}, U)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial p_j} + \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})}{\partial m} x_j(\boldsymbol{p^i}, \boldsymbol{m})$$

Esta expresión permite reconocer una forma alternativa de analizar la descomposición de los efectos propuestos anteriormente, teniendo en cuenta que el efecto total es precisamente $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_j}$, el efecto sustitución es $\frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i},U)}{\partial p_j}$ y el efecto renta corresponde a $-\ \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} x_j(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})$**.** De esta manera es posible proponer siguiente expresión capaz de sintetizar la ley de la demanda.

$$\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_j} = \frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i},U)}{\partial p_j} - \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} x_j(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})$$

En particular,

$$\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_s} = \frac{\partial h_s(\boldsymbol{p^i},U)}{\partial p_s} - \frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})$$

De donde se puede inferir que:

i. Si $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} > 0$ entonces, $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_s} < 0$

ii. Si $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_s} > 0$ entonces, $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} < 0$

iii. $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} < 0$ no implica $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_s} > 0$

iv. $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial p_s} < 0$, no implica $\frac{\partial x_s(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})}{\partial m} > 0$

Con estas consideraciones es factible reconocer como alternativa de medición de los indicadores VE y VC la metodología presentada a continuación. En cualquier caso deberá tenerse en cuenta que $h(\boldsymbol{p^i}, v(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})) = x(\boldsymbol{p^i},\boldsymbol{m})$**.**

1.2.1. Análisis ex – ante

En este orden de ideas, la cesta hipotética estará definida por:

$$x^h = h(\boldsymbol{p}, U')$$

Por tanto,

$$ES_i = h_i(\boldsymbol{p}', U') - h_i(\boldsymbol{p}, U')$$

$$ER_i = h_i(\boldsymbol{p}, U') - h_i(\boldsymbol{p}, U)$$
$$ET_i = h_i(\boldsymbol{p}, U) - h_i(\boldsymbol{p}, U')$$

Donde $U = v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ y $U' = v(\boldsymbol{p}', \boldsymbol{m})$.

Así, es posible calcular la variación equivalente de la siguiente manera:

$$VE = e(\boldsymbol{p}, U') - e(\boldsymbol{p}', U')$$

O de forma equivalente, a partir del Lema de Shepard:

$$VE = \int_{p_i^1}^{p_i^0} h_i(\boldsymbol{p}, U') dp_i$$

1.2.2. Análisis ex – post

En este orden de ideas, la cesta hipotética estará definida por:

$$x^h = h(\boldsymbol{p}', U)$$

Por tanto,

$$ER_i = h_i(\boldsymbol{p}', U') - h_i(\boldsymbol{p}', U)$$
$$ES_i = h_i(\boldsymbol{p}', U) - h_i(\boldsymbol{p}, U)$$
$$ET_i = h_i(\boldsymbol{p}, U) - h_i(\boldsymbol{p}, U')$$

Donde $U = v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ y $U' = v(\boldsymbol{p}', \boldsymbol{m})$.

De esta forma, es posible calcular la variación equivalente de la siguiente manera:

$$VC = e(\boldsymbol{p}', U) - e(\boldsymbol{p}, U)$$

O a partir del Lema de Shepard:

$$VC = \int_{p_i^0}^{p_i^1} h_i(\boldsymbol{p}, U) dp_i$$

Puede mostrarse que si los bienes o servicios responden de forma positiva frente a aumentos en la renta, esto es, si son bienes normales según la Curva de Engel y son sustitutos imperfectos entonces

$$|VE| < |\Delta EC| < |VC|$$

Lo anterior, teniendo en cuenta que

$$\Delta EC = \sum_{i=1}^{n} \int_{p_i^0}^{p_i^1} x_i(\boldsymbol{p}, m) dp_i$$

2. Aplicaciones

Después de haber formalizado los fundamentos microeconómicos para la medición de bienestar, en este apartado se presentarán las aplicaciones para dos tipos de bienes: sustitutos imperfectos y complementarios perfectos. Para cada uno de los casos se utilizarán las dos técnicas vistas en el segmento anterior.

2.1. Sustitutos imperfectos

Considere una situación en la cual la cesta de bienes de un consumidor está compuesta por 6 bienes o servicios, los cuales son sustituibles parcialmente entre sí, de tal manera que dichos consumidores dedican una proporción constante de su ingreso al consumido de cada uno de los bienes señalados. En este caso la función de utilidad del individuo estaría dada por: $\mathrm{U}(\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \mathrm{X}_3, \mathrm{X}_4, \mathrm{X}_5, \mathrm{X}_6) = \prod_{\mathrm{i}=1}^{6} x_i^{a_i}$.

2.1.1. Técnica de Slutsky

Considerando que el ingreso disponible $m = \$\ 2.000.000$, y dados: los vectores de precios $\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{p'}$, y la participación en el gasto[9] de cada uno de los bienes (Cuadro 1), es posible calcular la

[9] La participación en el gasto corresponde a los coeficientes de la función de utilidad: $\mathrm{U}(\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2, \mathrm{X}_3, \mathrm{X}_4, \mathrm{X}_5, \mathrm{X}_6) = X_1^{0,1} * X_2^{0,05} * X_3^{0.4} * X_4^{0,25} * X_5^{0,25} * X_6^{0,4}$. Al reemplazar las cantidades demandadas de cada bien en la anterior función de utilidad, se obtiene la utilidad que le reporta cada una de las cestas al consumidor y que son presentadas en la última columna del Cuadro 2.

demanda de bienes a los precios $\boldsymbol{p}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{p'}$ (es decir, la cesta inicial C_i[10] y la cesta final C_f), y la utilidad (Cuadro 2).

Cuadro 1. Vectores de precios $\boldsymbol{p}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{p'}$para el caso de sustitutos imperfectos

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$\boldsymbol{p}$	$ 200	$ 150	$ 100	$ 80	$ 95	$ 110
$\boldsymbol{p'}$	$ 196,0	$ 154,5	$ 105,0	$ 73,6	$ 109,3	$ 115,5
Δ	(2,0) %	3,0%	5,0%	(8,0) %	15,0%	5,0%
Gasto	10%	5%	40%	2,5%	2,5%	40%

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 2. Cestas de bienes a los precios $\boldsymbol{p}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{p'}$y utilidad reportada

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	U
$\boldsymbol{Ci}$	1.000	667	8.000	625	526	7.273	4.842,15
$\boldsymbol{C_f}$	1.020	647	7.619	679	458	6.926	4.652,76

Fuente: elaboración propia.

Para el análisis *ex ante,* se calcula la cesta hipotética x^h[11] (Cuadro 3) y los efectos sustitución[12], renta[13] y total[14] (Cuadro 4). En este caso la cesta hipotética evidencia una reducción en el consumo de los todos los bienes.

Cuadro 3. Cesta hipotética x^h para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Slutsky

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$\boldsymbol{x^h}$	**961,40**	640,93	7.691,22	600,88	506,00	6.992,02

Fuente: elaboración propia.

En este caso el efecto renta es más evidente para los bienes 3 y 6. En el caso de los bienes 1 y 4, el efecto sustitución permite compensar el efecto renta y llegar a un efecto total positivo.

---

[10] La demanda del bien X_i, se calcula de la siguiente manera: ingreso destinado al bien X_i con respecto al precio del bien X_i. Por ejemplo, para el caso de $X_1 = 10\% * 2.000.000/200 = 1.000$ unidades.

[11] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex ante*, corresponde al ingreso destinado al bien X_i a los precios p, multiplicado por la cesta final C_f a los precios p.

[12] El efecto sustitución se calcula mediante la diferencia entre la cesta final y la cesta hipotética (C_f -x^h).

[13] El efecto renta se calcula mediante la diferencia entre la cesta hipotética y la cesta inicial (x^h-C_i).

[14] El efecto total se obtiene a partir de la suma del efecto renta y el efecto sustitución.

Cuadro 4. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Slutsky

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(38,60)	(25,73)	(308,78)	(24,12)	(20,31)	(280,71)
Sustitución	59,01	6,31	(72,17)	78,47	(48,34)	(65,61)
Total	20,41	(19,42)	(380,95)	54,35	(68,65)	(346,32)

Fuente: elaboración propia.

Ahora bien, la variación equivalente (VE) corresponde a la diferencia entre los bienes demandados después del cambio de precios (C_f) a los precios iniciales ($\boldsymbol{p}$), es decir ($C_f * \boldsymbol{p}$) y la renta. En este caso es de -77.195 pesos, lo que corresponde al 3,86% del ingreso disponible. En otras palabras, el cambio que se prevé en los mercados en los que participa el consumidor, sería equivalente a 3,86% de su ingreso.

Por su parte, para el análisis *ex post*, se define una nueva cesta hipotética $x^{h'}$[15](Cuadro 5) y los efectos sustitución[16], renta[17] y total[18] (Cuadro 6). En el caso de la nueva cesta, el bien 5 se consume en menores unidades que en la cesta inicial y final, lo que puede explicarse porque es el bien con mayor variación en el precio (Gráfica 1).

Cuadro 5. Cesta hipotética ($x^{h'}$) para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Slutsky

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$x^{h'}$	**1062,50**	673,95	7933,33	707,37	476,54	7212,12

Fuente: elaboración propia.

Igual que en el análisis *ex ante*, para los bienes 1 y 4, el efecto sustitución permite compensar el efecto renta y llegar a un efecto total positivo. Para el bien 2 el efecto renta (negativo) es mayor al valor positivo del efecto sustitución (Gráfica 1).

[15] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex post*, corresponde al ingreso destinado al bien X_i a los precios p', multiplicado por la cesta inicial C_i a los precios p'.
[16] El efecto sustitución se calcula mediante la diferencia entre la cesta hipotética y la cesta inicial ($x^{h'}$-C_i).
[17] El efecto renta se calcula mediante la diferencia entre la cesta final y la cesta hipotética (C_f-$x^{h'}$).
[18] El efecto total se obtiene a partir de la suma del efecto renta y el efecto sustitución.

Cuadro 6. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Slutsky

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(42,09)	(26,70)	(314,29)	(28,02)	(18,88)	(285,71
Sustitución	62,50	7,28	(66,67)	82,37	(49,77)	(60,61)
Total	20,41	(19,42)	(380,95)	54,35	(68,65)	(346,32)

Fuente: elaboración propia.

La variación compensada (VC) será la diferencia entre el valor de los bienes demandados antes del cambio de precios (C_i) a los precios finales ($\boldsymbol{p'}$), es decir ($C_i * \boldsymbol{p'}$), y la renta. En este caso es de 82.500 pesos, lo que corresponde al 4,12% del ingreso disponible, es decir, el consumidor debería recibir un 4,12% de su ingreso disponible para alcanzar la misma utilidad que antes de la variación de los precios de los bienes.

La variación compensada y equivalente también puede calcularse empleando los índices de Paasche y Laspeyres, cuyos resultados se presentan los resultados en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Índices de Paasche y Laspeyres para sustitutos imperfectos

	Índices de precios	**Índices de cantidades**
Paasche	1,04014728	0,960384154
Laspeyres	1,04125000	0,961402311

Fuente: elaboración propia.

La variación compensada y equivalente empleando los índices de precios corresponden a:

$$\%VE = \left(\frac{1}{I_p^{Pa}}\right) - 1 = \left(\frac{1}{1{,}04014728}\right) - 1 = -3{,}86\%$$

$$\%VC = \left(I_p^{Ls}\right) - 1 = 1{,}04125000 - 1 = 4{,}125\%$$

Para calcular la pérdida de bienestar a partir del excedente del consumidor, se debe obtener la integral definida entre los dos precios para cada uno de los bienes[19]. Para este ejemplo, la pérdida

[19] En este caso el cálculo corresponde al ingreso destinado al bien X_i multiplicado por la diferencia de logaritmos naturales de los precios $p\ y\ p'$.

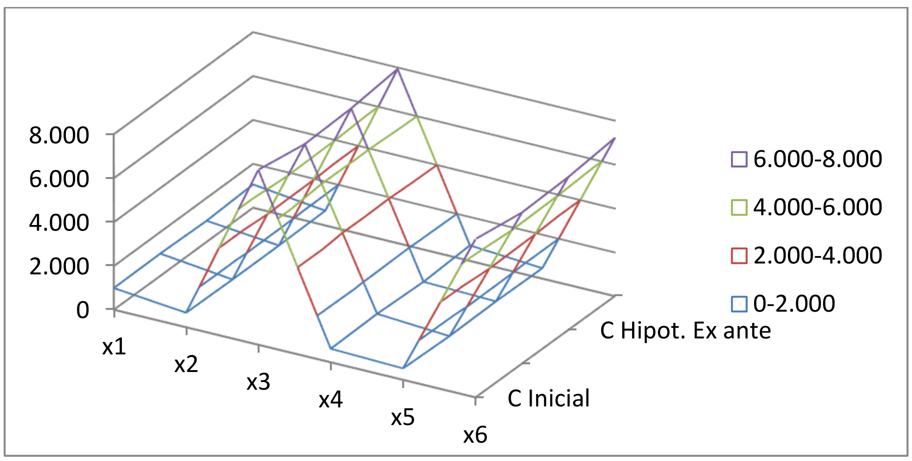
de bienestar en términos monetarios es de 79.798,62, que corresponde al 3,99% del ingreso disponible. Este valor se encuentra en el rango proporcionado entre la variación compensada y equivalente (3,86% y 4,125%).

Cuadro 8. Excedente del consumidor para cada uno de los bienes de la cesta

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$ 4.040,54	$ (2.955,88)	$ (39.032,13)	$ 4.169,08	$ (6.988,10)	$ (39.032,13)

Fuente: elaboración propia.

Gráfica 1. Bienes que conforman las cestas inicial, final, hipotética *ex ante* e hipotética *ex post,* empleando la técnica de Slutsky



Fuente: elaboración propia.

2.1.2. Técnica de Hicks

La información de los Cuadros 1 y 2, permanece inalterada para la aplicación de esta técnica. En este caso también se realiza una interpretación *ex ante* y *ex post*.

Para el análisis *ex ante,* se calcula la cesta hipotética C^{h}[20] (Cuadro 9) y los efectos sustitución[21], renta y total (Cuadro 10).

Cuadro 9. Cesta hipotética (C^h) para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Hicks

	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{X_3}$	$\boldsymbol{X_4}$	$\boldsymbol{X_5}$	$\boldsymbol{X_6}$
$\boldsymbol{C^h}$	960,89	640,59	7.687,09	600,55	505,73	6.988,26

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 10. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Hicks

Efecto	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{X_3}$	$\boldsymbol{X_4}$	$\boldsymbol{X_5}$	$\boldsymbol{X_6}$
Renta	(39,11)	(26,08)	(312,91)	(24,45)	(20,59)	(284,46)
Sustitución	59,52	6,66	(68,04)	78,79	(48,06)	(61,86)
Total	20,41	(19,42)	(380,95)	54,35	(68,65)	(346,32)

Fuente: elaboración propia.

La variación equivalente (VE) corresponde a la diferencia entre el valor de los bienes demandados después del cambio de precios (C^h) a los precios iniciales ($\boldsymbol{p}$), es decir ($C^h * \boldsymbol{p}$) y la renta. En este caso es de -78.228 pesos, lo que corresponde al 3,91% del ingreso disponible. Es decir, el cambio que se prevé en los mercados en los que participa el consumidor, sería equivalente a 3,91% de su ingreso.

Por su parte, para el análisis *ex post*, se define una nueva cesta hipotética $x^{h'}$[22] (Cuadro 11) y los efectos sustitución[23], renta y total (Cuadro 12).

---

[20] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex ante,* corresponde a $X_i = h_i(p_{i,}, U_f)$.

[21] El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso ex ante de la técnica de Slutsky.

[22] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex post*, corresponde al ingreso destinado al bien X_i a los precios p', multiplicado por la cesta C_i a los precios p'.

[23]El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso *ex post* de la técnica de Slutsky.

Cuadro 11. Cesta hipotética $(x^{h'})$ para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Hicks

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$x^{h'}$	1.061,94	673,60	7.929,19	707,00	476,30	7.208,35

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 12. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Hicks

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(41,54)	(26,35)	(310,14)	(27,65)	(18,63)	(281,95)
Sustitución	61,94	6,93	(70,81)	82,00	(50,02)	(64,37)
Total	20,41	(19,42)	(380,95)	54,35	(68,65)	(346,32)

Fuente: elaboración propia.

La variación compensada (VC) será la diferencia entre el valor de los bienes demandados en la cesta hipotética $(x^{h'})$ a los precios finales ($\boldsymbol{p}'$), es decir ($x^{h'} * \boldsymbol{p}'$), y la renta. En este caso es de 81.412 pesos, lo que corresponde al 4,07% del ingreso disponible, es decir, el consumidor debería recibir un 4,07% de su ingreso disponible para alcanzar la misma utilidad que antes de la variación de los precios de los bienes.

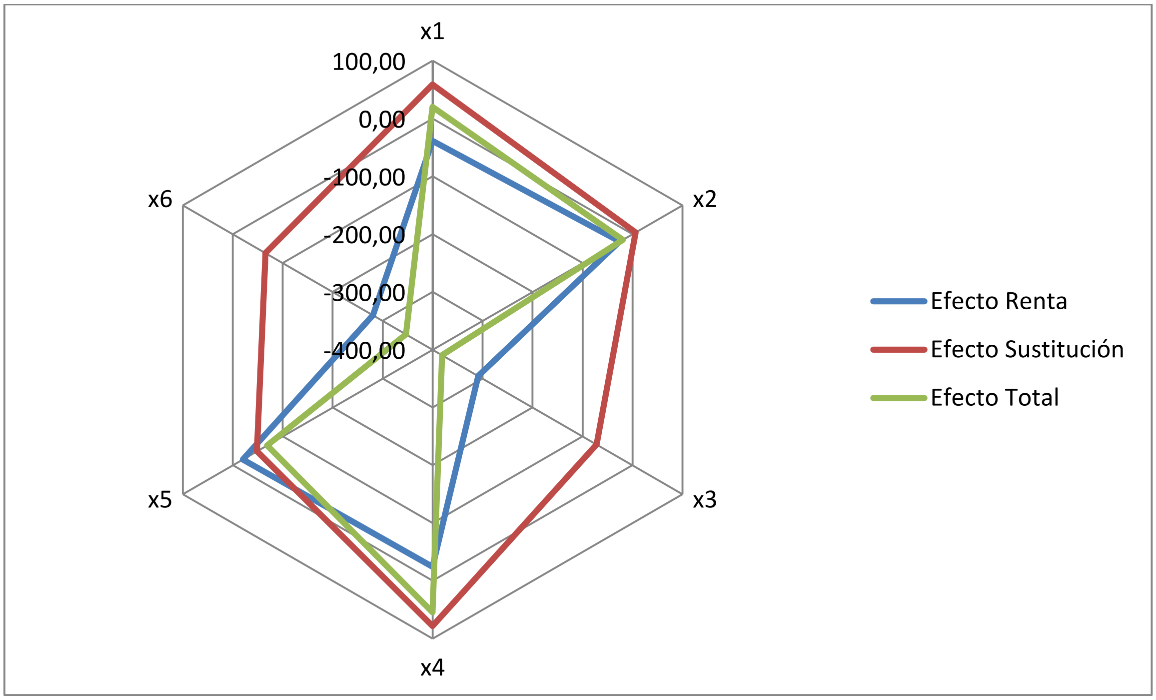
De acuerdo con los cuadros 13 y 14, y las gráficas 2 a 5, se comprueba que en el caso de sustitutos imperfectos, las técnicas propuestas permiten capturar la pérdida de bienestar del consumidor ante aumentos en el precio.

Cuadro 13. Efectos empleando la técnica de Slutsky

	Ex ante	**Ex post**	**Ex ante**	**Ex post**	**Ex ante**	**Ex post**
Efecto	Renta	Renta	Sustitución	Sustitución	Total	Total
X_1	(38,60)	(42,09)	59,01	62,50	20,41	20,41
X_2	(25,73)	(26,70)	6,31	7,28	(19,42)	(19,42)
X_3	(308,78)	(314,29)	(72,17)	(66,67)	(380,95)	(380,95)
X_4	(24,12)	(28,02)	78,47	82,37	54,35	54,35
X_5	(20,31)	(18,88)	(48,34)	(49,77)	(68,65)	(68,65)
X_6	(280,71)	(285,71)	(65,61)	(60,61)	(346,32)	(346,32)

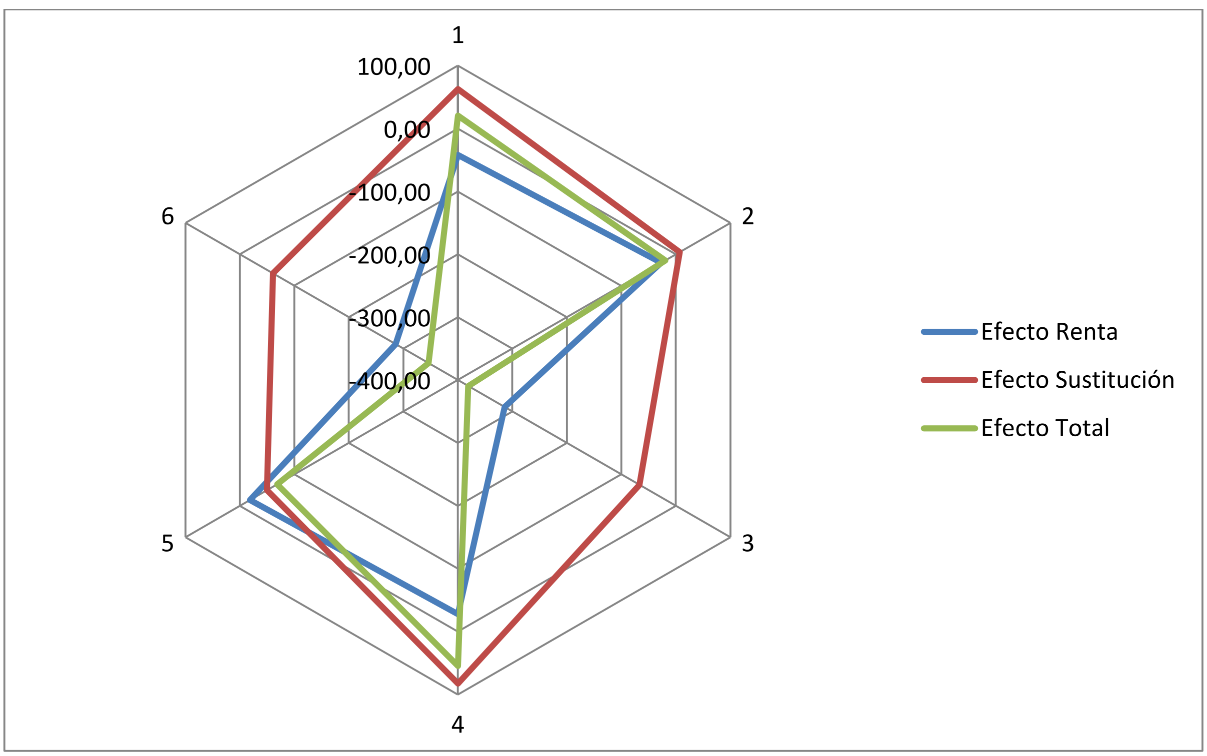
Fuente: elaboración propia.

Gráfica 2. Efectos empleando la técnica de Slutsky para el análisis *ex ante*



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 3. Efectos empleando la técnica de Slutsky para el análisis *ex post*



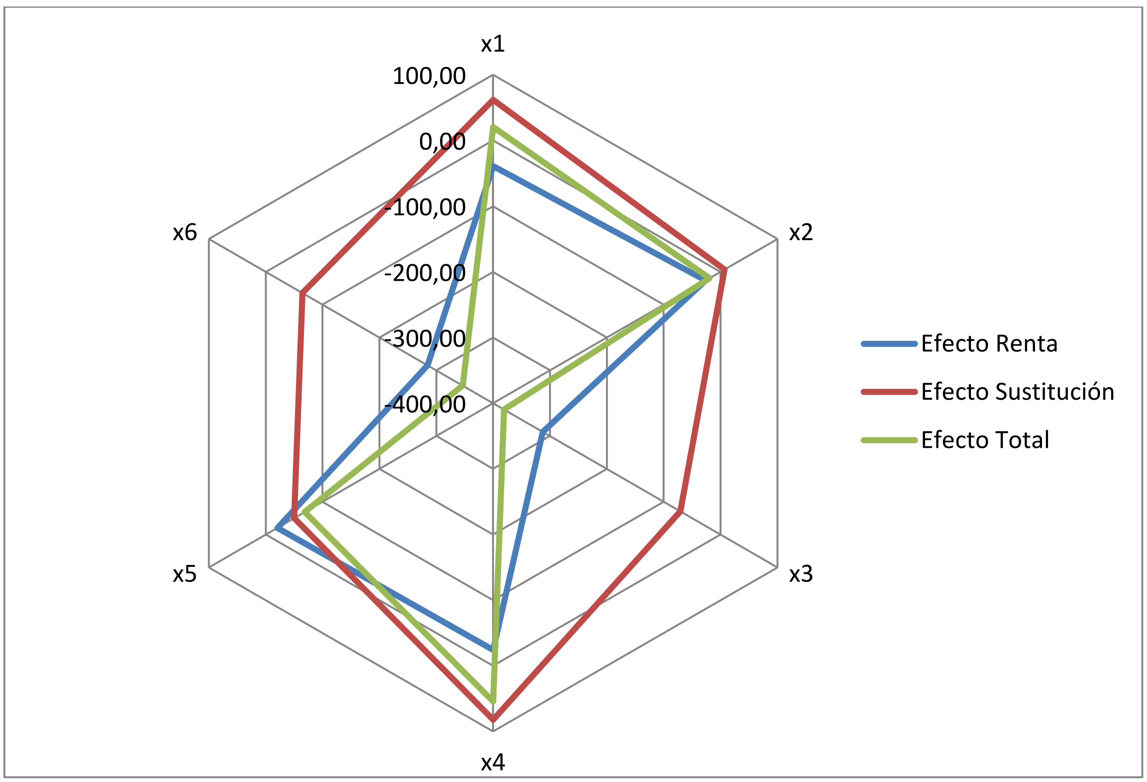
Fuente: elaboración propia.

Cuadro 14. Efectos empleando la técnica de Hicks

	Ex ante	Ex post	Ex ante	Ex post	Ex ante	Ex post
Efecto	Renta	Renta	Sustitución	Sustitución	Total	Total
X_1	(39,11)	(41,54)	61,94	59,52	20,41	20,41
X_2	(26,08)	(26,35)	6,93	6,66	(19,42)	(19,42)
X_3	(312,91)	(310,14)	(70,81)	(68,04)	(380,95)	(380,95)
X_4	(24,45)	(27,65)	82,00	78,79	54,35	54,35
X_5	(20,59)	(18,63)	(50,02)	(48,06)	(68,65)	(68,65)
X_6	(284,46)	(281,95)	(64,37)	(61,86)	(346,32)	(346,32)

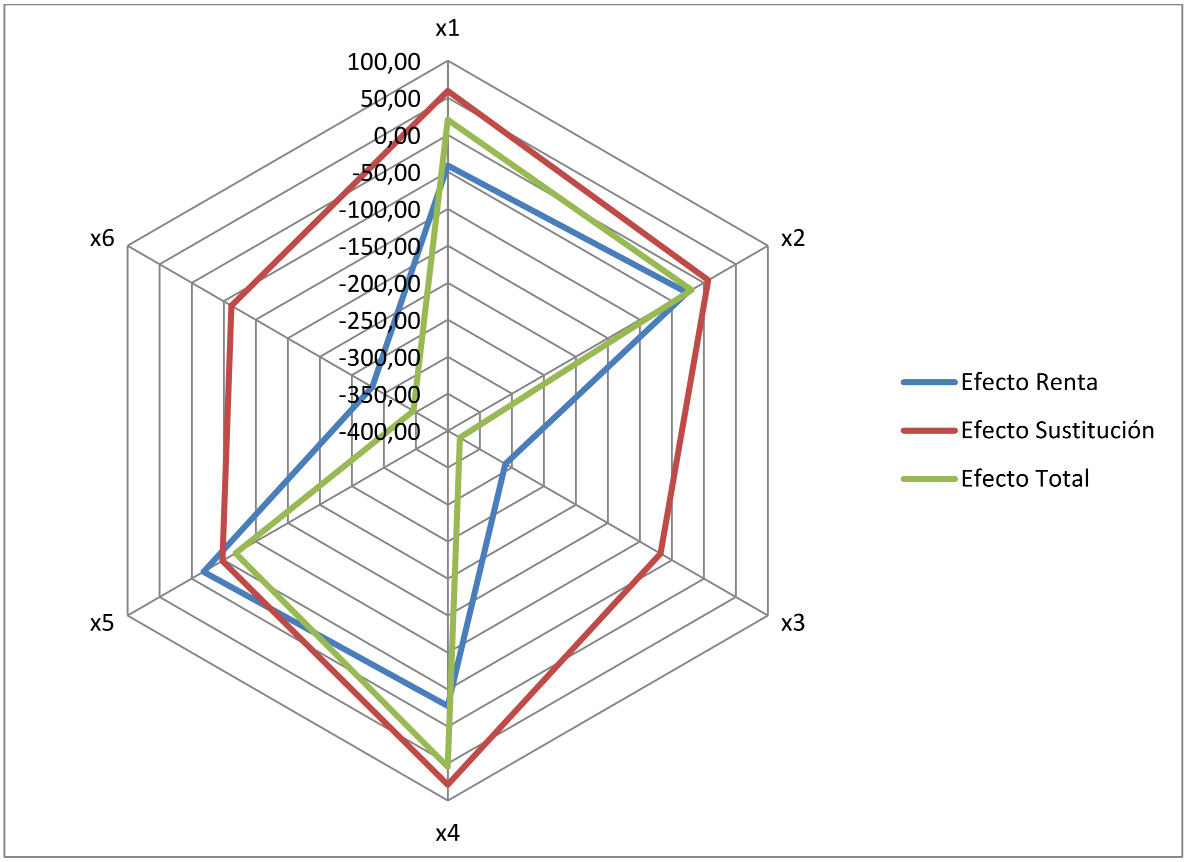
Fuente: elaboración propia.

Gráfica 4. Efectos empleando la técnica de Hicks para el análisis *ex ante*



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 5. Efectos empleando la técnica de Hicks para el análisis *ex post*



Fuente: elaboración propia.

2.2. Complementarios perfectos

Considere una situación en la cual la cesta de bienes de un consumidor está compuesta por 6 bienes o servicios, los cuales son complementarios entre sí, es decir, se requieren proporciones exactas de cada bien para lograr obtener un nivel de satisfacción específico. En este caso la función de utilidad del individuo estaría dada por: $U = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6) = \min\{aX_1, bX_2, cX_3, dX_4, eX_5, fX_6\}$, donde a, b, c, d, e y f, representan los coeficientes técnicos (proporciones)de cada uno de los bienes.

2.2.1. Técnica de Slutsky

Considerando que el ingreso disponible $m = 2.000.000$, dados los vectores de precios $\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{p}'$, y coeficientes técnicos[24] de cada uno de los bienes (Cuadro 15), es posible calcular la demanda de bienes a los precios $\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{p}'$ (es decir, la cesta inicial C_i [25] y la cesta final C_f), y la utilidad (Cuadro 16).

Cuadro 15. Vectores de precios para el caso de sustitutos imperfectos

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$\boldsymbol{p}$	\$ 200	\$ 150	\$ 100	\$ 80	\$ 95	\$ 110
$\boldsymbol{p}'$	\$ 196,0	\$ 154,5	\$ 105,0	\$ 73,6	\$ 109,3	\$ 115,5
Δ	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	5,0%
Coef. Técnicos	1,00	1/5	1/7	1/3	1/3	1/8

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 16. Cestas de bienes a los precios $\boldsymbol{p}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{p}'$y utilidad reportada

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	U
$\boldsymbol{Ci}$	655	3.273	4.583	1.964	1.964	5.237	654,66
$\boldsymbol{C_f}$	645	3.227	4.518	1.936	1.936	5.163	645,37

Fuente: elaboración propia.

Para el análisis *ex ante,* se calcula la cesta hipotética (x^h) (Cuadro 17) y los efectos sustitución[26], renta y total (Cuadro 18).

Cuadro 16. Cesta hipotética (x^h) para el análisis *ex ante*

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6

---

[24] Los coeficientes técnicos indican que la función de utilidad es de la forma: $U = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6) = \min\{X_1, (1/5)X_2, (1/7)X_3, (1/3)X_4, (1/3)X_5, (1/8)X_6\}$. Al reemplazar las cantidades demandadas de cada bien en la anterior función de utilidad, se obtiene la Utilidad que le reporta cada una de las cestas al consumidor y que son presentadas en el Cuadro 16.

[25] La demanda del bien X_i, se calcula de la siguiente manera: el producto de la relación entre el ingreso disponible y el coeficiente técnico del bien X_i, y la inversa de la relación entre los precios p y el coeficiente técnico de cada uno de los bienes. Para el caso de X_1 correspondería a: $\frac{2000000}{1\left[\left(\frac{200}{1}\right)+\left(\frac{150}{0,2}\right)+\left(\frac{100}{0,14285714}\right)+\left(\frac{80}{0,33333}\right)+\left(\frac{95}{0,3333}\right)+\left(\frac{110}{0,125}\right)\right]^{-1}} = 655$ unidades.

[26] El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso *ex ante* de la técnica de Slutsky.

x^h	645,37	3.226,85	4.517,59	1.936,11	1.936,11	5.162,96

Fuente: elaboración propia.

En el Cuadro 18 se constata que en bienes complementarios perfectos no existe efecto sustitución y el efecto total es igual al efecto renta, este mismo comportamiento se da en sustitutos perfectos. En el caso de preferencias cuasi-lineales el efecto total es igual al efecto sustitución, ya que no existe efecto renta.

Cuadro 18. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Slutsky.

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)
Sustitución	-	-	-	-	-	-
Total	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

La variación equivalente (VE) corresponde a la diferencia entre el valor de los bienes demandados después del cambio de precios (C_f) a los precios iniciales ($\boldsymbol{p}$), es decir ($C_f * \boldsymbol{p}$) y la renta. En este caso es de -28.396 pesos, lo que corresponde al 1,42% del ingreso disponible. En otros términos, el cambio que se prevé en los mercados en los que participa el consumidor, sería equivalente a 1,42% de su ingreso.

Por su parte, para el análisis *ex post*, se define una nueva cesta hipotética ($x^{h'}$)[27] (Cuadro 19) y los efectos sustitución[28], renta y total (Cuadro 20). Igual que en el Cuadro 18, se aprecia que el efecto sustitución no existe.

Cuadro 19. Cesta hipotética ($x^{h'}$) para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Slutsky

[27] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex post*, corresponde al ingreso destinado al bien X_i a los precios $p´$, multiplicado por la cesta final C_f a los precios p'.

[28] El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso *ex post* de la técnica de Slutsky.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$x^{h'}$	654,66	3273,32	4.582,65	1.963,99	1.963,99	5.237,32

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 20. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Slutsky

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)
Sustitución	-	-	-	-	-	-
Total	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

La variación compensada VC será la diferencia entre el valor de los bienes demandados antes del cambio de precios (C_i) a los precios finales $(\boldsymbol{p'})$, es decir $(C_i * \boldsymbol{p'})$, y la renta. En este caso es de 28.805, lo que corresponde al 1,44% del ingreso disponible, es decir, el consumidor debería recibir un 1,44% de su ingreso disponible para alcanzar la misma utilidad que antes de la variación de los precios de los bienes.

En cuanto a los índices de Paasche y Laspeyres, se presentan los resultados en el Cuadro 21.

Cuadro 21. Índices de Paasche y Laspeyres para complementarios perfectos

	Índices de precios	**Índices de cantidades**
Paasche	1,014403	0,985801872
Laspeyres	1,014403	0,985801872

Fuente: elaboración propia.

Aplicando estos dos índices y de acuerdo con las ecuaciones del primer apartado, también es posible calcular la variación compensada y equivalente.

$$\%VE = \left(\frac{1}{I_p^{Pa}}\right) - 1 = \left(\frac{1}{1.014403}\right) - 1 = -1{,}42\%$$

$$\%VC = \left(I_p^{Ls}\right) - 1 = 1{,}014403 - 1 = 1{,}44\%$$

Para calcular la pérdida de bienestar a partir del excedente del consumidor, se debe obtener la integral definida entre los dos precios para cada uno de los bienes. Para este ejemplo, la pérdida es de 3.088.775,42, que corresponde al 154,44% (Cuadro 22).

Cuadro 22. Excedente del consumidor para cada uno de los bienes de la cesta

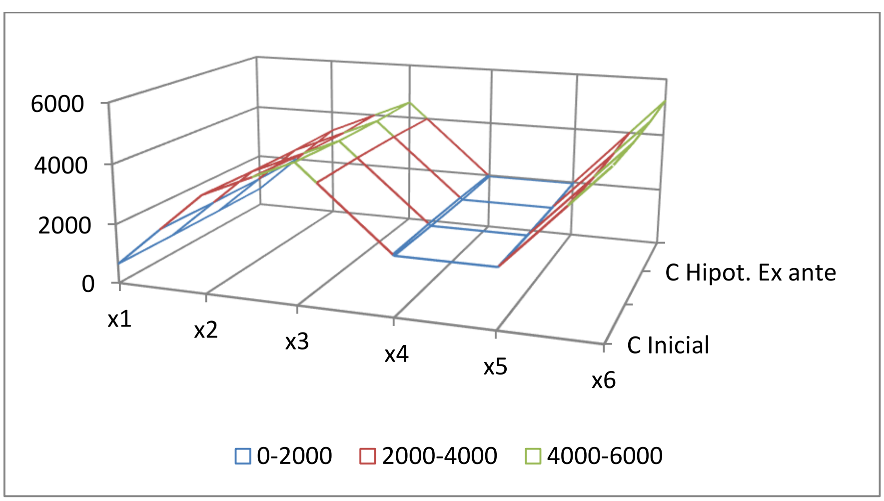
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$ (28.599,77)	$(714.994,31)	$-	$ (257.397,95)	$ (257.397,95)	$(1.830.385,43)

Fuente: elaboración propia.

En este caso la pérdida de bienestar para el consumidor es superior al 100%, ya que en esta aplicación el cambio en el nivel de precios se propuso en el bien que presenta mayor sensibilidad, por cada unidad del bien X_1, se requieren 8 unidades del bien 2.

En el caso de los bienes complementarios, las medidas de medición de bienestar propuestas no son adecuadas. Dado que el efecto sustitución es cero, las variaciones equivalente y compensada no permiten aproximarse a la pérdida de bienestar del consumidor calculada mediante el excedente. En la Gráfica 6, se evidencia que los bienes complementarios, dado que conservan los coeficientes técnicos, no presentan variación en proporción a la asignación de bienes en las diferentes cestas.

Gráfica 6. Bienes que conforman las cestas inicial, final, hipotética *ex ante* e hipotética *ex post* empleando la técnica de Hicks



Fuente: elaboración propia.

2.2.2. Técnica de Hicks

La información de los Cuadros 15 y 16, permanece inalterada para la aplicación de esta técnica. En este caso también se realiza una interpretación *ex ante* y *ex post*. Para el análisis *ex ante,* se calcula la cesta hipotética C^{h}[29] (Cuadro 23) y los efectos sustitución[30], renta y total (Cuadro 24).

Cuadro 23. Cesta hipotética (C^h) para el análisis *ex ante*

	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{X_3}$	$\boldsymbol{X_4}$	$\boldsymbol{X_5}$	$\boldsymbol{X_6}$
$\boldsymbol{C^h}$	645,37	3.226,85	4.517,59	1.936,11	1.936,11	5.162,96

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 24. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex ante,* empleando la técnica de Hicks

Efecto	$\boldsymbol{X_1}$	$\boldsymbol{X_2}$	$\boldsymbol{X_3}$	$\boldsymbol{X_4}$	$\boldsymbol{X_5}$	$\boldsymbol{X_6}$
Renta	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)
Sustitución	-	-	-	-	-	-
Total	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

La variación equivalente VE corresponde a la diferencia entre el valor de los bienes demandados después del cambio de precios (C^h) a los precios iniciales ($\boldsymbol{p}$), es decir ($C^h * \boldsymbol{p}$) y la renta. En este caso es de 28.396, lo que corresponde al 1,42% del ingreso disponible.

Por su parte, para el análisis *ex post*, se define una nueva cesta hipotética $x^{h'}$[31] (Cuadro 25) y los efectos sustitución[32], renta y total (Cuadro 26).

Cuadro 25. Cesta hipotética ($x^{h'}$) para el análisis *ex post*

---

[29] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex ante*, corresponde a la relación entre la utilidad que reporta el conjunto de bienes después del cambio del precio al consumidor y el coeficiente técnico del bien X_i. Por ejemplo, para el caso de $X_1 = U\ /a$.

[30] El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso *ex ante* de la técnica de Slutsky.

[31] La demanda hipotética del bien X_i para el análisis *ex post*, corresponde a la relación entre la utilidad que reporta el conjunto de bienes antes del cambio del precio al consumidor y el coeficiente técnico del bien X_i.

[32] El efecto sustitución y renta se calculan de la misma manera que en el caso ex post de la técnica de Slutsky.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
$x^{h'}$	654,66	3.273,32	4.582,65	1.963,99	1.963,99	5.237,32

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 26. Efecto renta, sustitución y total para el análisis *ex post,* empleando la técnica de Hicks

Efecto	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Renta	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)
Sustitución	-	-	-	-	-	-
Total	(9,30)	(46,48)	(65,07)	(27,89)	(27,89)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

La variación compensada VC será la diferencia entre el valor de los bienes demandados en la cesta hipotética $x^{h'}$ a los precios finales ($\boldsymbol{p'}$), es decir ($x^{h'} * \boldsymbol{p'}$), y la renta. En este caso es de 28.805, lo que corresponde al 1,44% del ingreso disponible.

A diferencia del caso anterior el efecto *ex ante* y *ex post*, empleando cualquiera de las dos técnicas son exactamente iguales (cuadros 27 y 28, y Gráfica 7).

Cuadro 27.Efectos empleando la técnica de Slutsky

	Ex ante	**Ex post**	**Ex ante**	**Ex post**
Efecto	Renta	Renta	Total	Total
X_1	(9,30)	(9,30)	(9,30)	(9,30)
X_2	(46,48)	(46,48)	(46,48)	(46,48)
X_3	(65,07)	(65,07)	(65,07)	(65,07)
X_4	(27,89)	(27,89)	(27,89)	(27,89)
X_5	(27,89)	(27,89)	(27,89)	(27,89)
X_6	(74,36)	(74,36)	(74,36)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

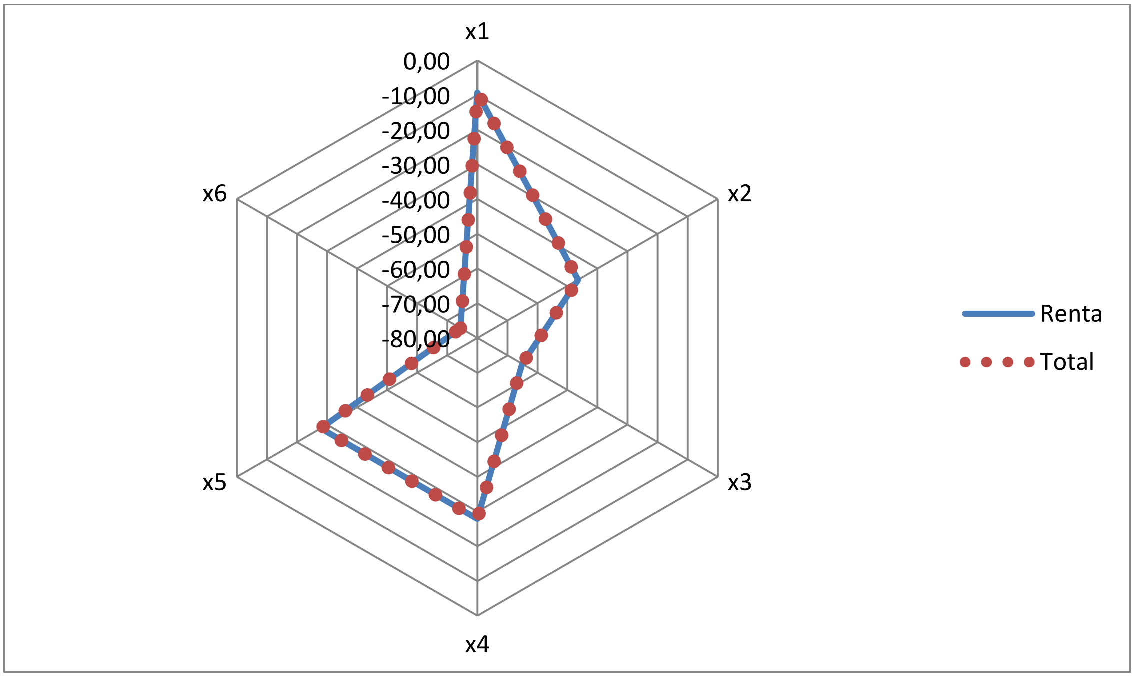
Cuadro 28. Efectos empleando la técnica de Hicks

	Ex ante	**Ex post**	**Ex ante**	**Ex post**
Efecto	Renta	Renta	Total	Total
X_1	(9,30)	(9,30)	(9,30)	(9,30)

X_2	(46,48)	(46,48)	(46,48)	(46,48)
X_3	(65,07)	(65,07)	(65,07)	(65,07)
X_4	(27,89)	(27,89)	(27,89)	(27,89)
X_5	(27,89)	(27,89)	(27,89)	(27,89)
X_6	(74,36)	(74,36)	(74,36)	(74,36)

Fuente: elaboración propia.

Gráfica 7. Visualización de los efectos renta y total, empleando la técnica de Slutsky y Hicks



Fuente: elaboración propia.

3. Consideraciones finales

Este documento ha querido mostrar la utilidad que puede tener la implementación de la teoría microeconómica para de medir el impacto que sobre el consumidor causan aquellas conductas que transgreden los derechos del consumidor y están directa o indirectamente asociadas a precios por unidad de producto más altos en el mercado. A través de una exposición de los rudimentos de la teoría en mención se han presentado tres de estos indicadores: la variación equivalente, la variación compensada y el cambio en el excedente del consumidor.

El trabajo, tiene una pretensión explicativa y formativa, para que pueda ser utilizado por diferentes actores, en escenarios en los cuales sea necesario analizar los impactos en el bienestar ante posibles conductas explotativas. Dentro de las posibles ampliaciones de este trabajo se encuentra la modelación mediante una función CES de los diferentes resultados del análisis *ex ante* y *ex post* de las técnicas de Hicks y Slutsky aquí presentadas.

En todos los casos se infiere que siempre que pueda reconocerse algún grado de sustituibilidad imperfecta entre los bienes y servicios, susceptibles de ser elegidos por el consumidor, la variación equivalente y compensada serán una sobreestimación y una subestimación, respectivamente, del cambio en el excedente del consumidor.

En el caso de los bienes complementarios, las medidas de medición de bienestar propuestas no son adecuadas. Dado que el efecto sustitución es cero, las variaciones equivalente y compensada no permiten aproximarse a la pérdida de bienestar del consumidor calculada mediante el excedente. Para preferencias cuasi-lineales, sucede lo contrario, el efecto total es igual al efecto sustitución, ya que no existe efecto renta.

Como agenda futura del trabajo se espera utilizar herramientas computaciones para avanzar en simulaciones capaces de dar cuenta de la robustez de los resultados acá presentados para formas funcionales generales de utilidad tipo CES.

Referencias bibliográficas

Congreso de la República (2011). Ley 1480 de 2011 (Diario Oficial No. 48.220). Bogotá: Imprenta Nacional.

Hicks, J. y Allen, R.G.D. (1934). A Reconsideration of the Theory of Value. *Economica* New Series, 1(1), 52-76.

Jehle, G. y Reny, P. (2010). *Advanced Microeconomic Theory*. Tercera edición. New Jersey: Prentice Hall.

Laspeyres, E. (1871). Die Berechnungeinermittleren Waarenpreissteigerung. *Jahrbücherfür National ökonomie und Statistik, 16*, 296-314.

Mas Collel, A., Whinston. M. y Green. J. (1995). Microeconomic Theory. Oxford: Oxford University Press.

Paasche, H. (1874). Über die Preisentwicklung der letztenJahrenach den Hamburger Borsennotirungen. *JahrbücherfürNationalökonomie und Statistik, 12*, 168-178.

Samuelson, P. (1947). *Foundations of Economic analysis*. Cambridge (Mass), Harvard University Press.

Slutsky E. (1915). Sulla Teoria del bilancio del consumatore. *Giornale degli Economisti*, 15, 1-15.

Lo invitamos a visitar el micrositio del Grupo de Estudios de Estudios Económicos

La colección completa de la serie de documentos de trabajo se encuentra disponible en